

名古屋大学 正会員 松尾 稔
 広島県 正会員 〇渡橋 誠
 不動産建設 正会員 川瀬 泰裕

1. はじめに：土質調査や試験の結果が土本来の性質に起因してばらつくことは一般によく知られている。そのため、ばらつきを考慮した解析法が必要となるが、その解析法としては、土の強度や諸係数を確率変数として取扱う確率統計の手法が最も有効であると考えられる。そしてこのためには、土の強度や諸係数の分布特性を把握することが必須である。地盤の破壊は土のせん断強度に依存するから、地盤の破壊問題を確率的に解析しようとするならば土の確率分布を知る必要がある。しかし、設計の精度、何種類もの垂直圧力に対して実験的にその分布を求めることは、経済的にも実務的にも不可能に近い。そこで、以下、

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (1)$$

の関係を用い、 c と $\tan \phi$ の分布特性を知ることによって τ の分布を推定することになることも考えられる。すなわち、種々の土に関して c 、 $\tan \phi$ の分布特性(平均値 μ 、分散 S^2 、変動係数 $V = S/\mu$ など)も事前に調べて設計用の資料として準備しておく。そして実際設計に当っては、ある限定された個数の実験から c 、 $\tan \phi$ の平均値と分散を推定し、これから τ の分布を推定することになる。この方法を用いようとするならば、 c や $\tan \phi$ の分布特性と、それから推定される τ としての土の分布特性との関連を定量的に明らかにすることが必須である。本報告はこの目的のもとに、実務上利用価値の高い一面せん断試験を行い、この点を検討したものである。

2. 土の分布特性：まず土の分布特性を明らかにするため一面せん断試験を行った。土試料は、土粒子 $G_s = 2.60$ 、最適含水比 $W_{opt} = 12.0(\%)$ 、最大乾燥密度 $\gamma_{dmax} = 1.89(\text{g/cm}^3)$ 、均等係数 $U_c = 1.30$ 、三角座標分類では砂質ロームに属する不飽和土である。初期の供試体の寸法は、直径6cm、厚さ2cmとし、せん断速度は1 mm/minのひずみ制御とした。 w 、 γ_d および σ_v の設定に関しては、実際の土工という工学的判断に基づいて $\gamma_d = 1.60(\text{g/cm}^3)$ 、 $w = 15(\%)$ の場合に対して $\sigma_v (\text{kg/cm}^2) = 0.4, 0.8, 1.2, 1.6$ の4段階とした。各 σ_v に対して50個の試験を目標とした。なお、 τ にピークが現れない場合には、水平変位6mmに達するまでを用いて整理した。

一面せん断試験の結果得られた $\sigma_v (\text{kg/cm}^2)$ に対する τ の頻度分布を図-1に示す。図-1に示す頻度分布は、すべて χ^2 適合度検定結果有意水準5%としたとき正規分布 $N(\mu, S^2)$ に近似できることが明らかとなった。図中に平均値 μ 、標準偏差 S 、変動係数 V および試験個数 N を示す。今後さらに多くの実験的研究に待たねばならないが、各 σ_v に対する τ の分散 S^2 は σ_v の増加とともに増大する傾向を示すようである。

3. c と $\tan \phi$ の分布： τ は $N(\mu, S^2)$ の正規分布を有することがわかった。それでは、

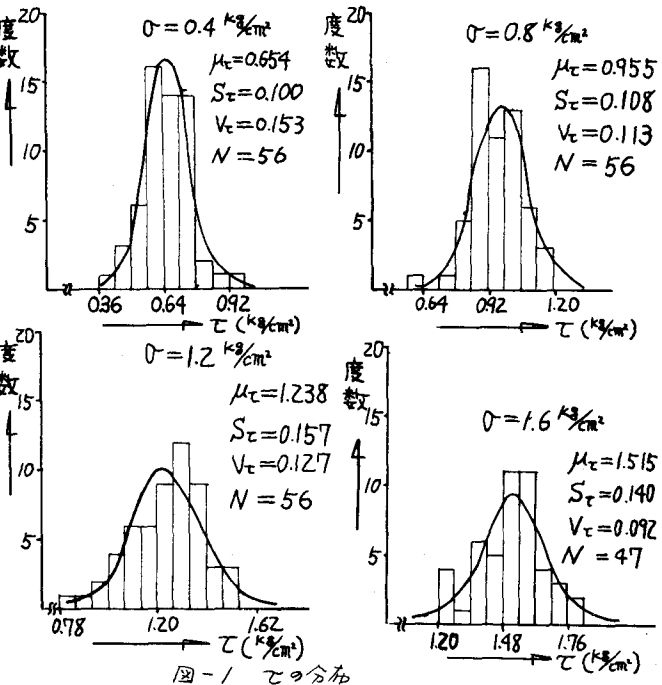


図-1 τ の分布

式(1)が成立するとき、 C や $\tan\phi$ の分布は理論的にどうなるべきであろうか。この $N(\mu_{ci}, \sigma_{ci}^2)$ から1つづつランダムに抽出したグニアルを $\bar{c}_i$ とする。このようにして抽出した4村の $(\bar{c}_1, \bar{c}_2), \dots, (\bar{c}_4, \bar{c}_4)$ に対し最小自乗法を用いて $C, \tan\phi$ を推定する。 $\bar{c}_i, \bar{\sigma}_{ci}$ をそれぞれ $\bar{c}_i (i=1\sim 4), \sigma_{ci} (i=1\sim 4)$ の平均値とすると $\tan\phi, C$ は次式で与えられる。

$$\tan\phi = \frac{\sum \bar{c}_i \bar{c}_i - \sum \bar{c}_i \sum \bar{c}_i / 4}{\sum \bar{c}_i^2 - (\sum \bar{c}_i)^2 / 4} \quad (2)$$

$$C = \bar{c} - \tan\phi \cdot \bar{\sigma} \quad (3)$$

さて、式(2)の分母は指定変数 $\bar{c}_i$ の関数であるが、 $\bar{c}_i$ は指定値であり、分子は正規確率変数同士の加減算で、かつ各 $\bar{c}_i$ は互いに独立であるので $\tan\phi$ は正規分布をする。同様に C も正規分布する。同知のように、正規分布は平均値 μ と標準偏差 σ が決まれば分布形は規定される。また、 μ, σ^2 はその期待値 $E[\tan\phi]$ または $E[C]$ および分散 $V[\tan\phi]$ または $V[C]$ に一致する。以上のことから $\tan\phi, C$ の標準偏差 $\mu_{\tan\phi}, \mu_C$ および分散 $\sigma_{\tan\phi}^2, \sigma_C^2$ はそれぞれ式(4), (5)で与えられる。

$$\mu_{\tan\phi} = E[\tan\phi] = \frac{1}{\sum \bar{c}_i^2 - (\sum \bar{c}_i)^2 / 4} \left\{ \sum (\bar{c}_i - \bar{c}) \mu_{ci} \right\}, \quad \sigma_{\tan\phi}^2 = V[\tan\phi] = \left\{ \frac{1}{\sum \bar{c}_i^2 - (\sum \bar{c}_i)^2 / 4} \right\}^2 \sum (\bar{c}_i - \bar{c})^2 \sigma_{ci}^2 \quad (4)$$

$$\mu_C = E[C] = \sum \mu_{ci} / 4 - \bar{\sigma} \cdot \mu_{\tan\phi}, \quad \sigma_C^2 = V[C] = \sum \left\{ \frac{1}{4} - \frac{1}{\sum \bar{c}_i^2 - (\sum \bar{c}_i)^2 / 4} (\bar{c}_i - \bar{c}) \right\}^2 \sigma_{ci}^2 \quad (5)$$

$\tan\phi$ および C の平均値 μ 、標準偏差 σ および変動係数 V を式表-1 $\tan\phi, C$ の平均値、標準偏差、変動係数
(4), (5)により計算した結果を表-1に示す。 $\tan\phi$ と C の変動係数をみると、前者は後者に比べて小さい。これら2つの実験において認められ、注目すべき点である。すなわち、 C や $\tan\phi$ を確率変数とみなす立場に立つならば、例えば、一般に用いられるFelleniusの安全率の意味とは異なり、安全率の定義をどうもを考慮しなければならぬことになる。

	平均値 μ	標準偏差 σ	変動係数 V
$\tan\phi$	0.714	0.138	0.187
C	0.380	0.127	0.334

4. 7. の推定に関する問題点: 3では、 $\bar{c}$ 自体の分布形が与件として与えられている場合として $\tan\phi$ の分布形を求めた。しかし、ここで述べたように、実際の設計に当り、 $\bar{c}$ は、与えられた(推定された) $C, \tan\phi$ の分布形から $\bar{c}$ の分布形を推定することになる。そこで、 $C, \tan\phi$ の分布形を与件として与えたとき、これから統計的に推定される $\bar{c}$ の分布形と生ずる $\bar{c}$ の分布形との関連を調べるのが重要である。ここでは、前節の $C, \tan\phi$ の分布形から式(1)に従って推定される $\bar{c}$ を、図-1の $\bar{c}$ と比較、検討する。

$C, \tan\phi$ の分布形が与えられているとき、各 $\bar{c}_i$ に対する $\bar{c}_i$ の分布は次のように計算できる。すなわち、 $C, \tan\phi$ の分布がそれぞれ $N(\mu_C, \sigma_C^2), N(\mu_{\tan\phi}, \sigma_{\tan\phi}^2)$ と与えられ、 C と $\tan\phi$ の相関係数を ρ とするときの平均値 $\hat{\mu}_{ci}$ および標準偏差 $\hat{\sigma}_{ci}$ は式(6), (7)で与えられる。

$$\hat{\mu}_{ci} = \mu_C + \bar{c}_i \mu_{\tan\phi} \quad (6)$$

$$\hat{\sigma}_{ci}^2 = \sigma_C^2 + \bar{c}_i^2 \sigma_{\tan\phi}^2 + 2\rho \bar{c}_i \sigma_C \sigma_{\tan\phi} \quad (7)$$

ここで、 ρ はシミュレーションの結果による $\rho = -0.98$ である。

さて、 $\hat{\mu}_{ci}$ は式(6)からわかるように式(1)と同じ形であり $\hat{\mu}_{ci}$ は μ_{ci} と一致する。一方、 $\hat{\sigma}_{ci}$ と σ_{ci} は異なるとになる。すなわち、図-2に、式(7)で計算した $\hat{\sigma}_{ci}$ を実線、生ずる分布(図-1)から得られた実験値 σ_{ci} と破線で示す。このように両者は、かなり相違する。すなわち、設計に際し $C, \tan\phi$ の分布から $\bar{c}$ を推定すると、実際のものより分散の小さい $\bar{c}$ の分布を得ることになる。このことは、計算上、現実より小さい破壊確率を見積る結果となり、危険側の設計となるので、今後この差を定量的に究明し、この努力が必要と考えられる。

5. おまけ: $\hat{\mu}_{ci}$ と μ_{ci} が一致することは設計上好都合といえる。しかし、 $\hat{\sigma}_{ci}$ と σ_{ci} が異なり、かつ $\hat{\sigma}_{ci} < \sigma_{ci}$ となることは危険側の設計につながるから、この点に設計の実務と工学的判断の立場から究明することが今後の課題である。

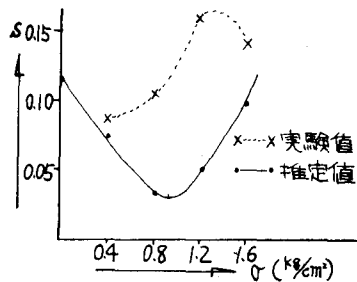


図-2 $\hat{\sigma}_{ci}$ と σ_{ci} の比較