

### III-25 砂のシングルシアにおける応力-ダイレイタンシー関係について

埼玉大学 正会員 小田 匡

1. はじめに： 土のシングルシア試験は、三軸圧縮試験と比べ次の特徴を備えている。①主応力軸及び主歪増分軸は試験中固定せず回転する。②平面歪条件を満足し、かつ見掛けのせん断方向への延び歪成分は0に等しい。このようないくつかのシングルシア試験の優れた特徴は、平面、供試体の応力条件が不明確となる欠点をあわせ持つ。このシングルシア試験における供試体の応力条件を決定するためには、一般に主応力軸と主歪増分軸との一致を仮定することが多い。しかしすでに指摘したように、少くとも体積最小点以前において、この仮説は十分な妥当性を持たない。Oda and Konishi(1974)は最大主応力軸方向と鉛直軸方向かなる角度を $\psi$ とし、粒子間力の微視的考察から次式を得た。

$$\tau / \sigma_n = \kappa \cdot \tan \psi \quad (1)$$

ここでは材料に固有な定数で、初期剛性比、垂直応力などの実験条件に依存しない。図-2 は二次元光弾性丸棒及び Leighton Buzzard Sand の二例について、 $\tau / \sigma_n \sim \tan \psi$  関係を図示してある。この研究報告において、主応力軸が回転しかつ主歪増分軸とは一致しないとする前提で、シングルシア試験における砂の stress-dilatancy 関係を新たに提案する。

2. Stress-dilatancy の理論式（理論式の説明は次回に譲り、結果だけを示す。）：主歪増分( $\dot{\epsilon}_1, \dot{\epsilon}_3$ )は、粒子間接点におけるすべり変位に帰着できるものとし、また弾性変形の成分を無視することによって、次式で与えられる。  

$$\dot{\epsilon}_1 = \frac{1}{2}(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) + \frac{1}{2\cos 2(\psi - \theta)}(\dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon}_y), \quad \dot{\epsilon}_3 = \frac{1}{2}(\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y) - \frac{1}{2\cos 2(\psi - \theta)}(\dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon}_y) \quad (2)$$
  
 $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_y$  は主応力軸方向(図-1 の X, Y 軸)の延び歪増分。すなはち最大主歪増分軸( $\dot{\epsilon}_1$ )と鉛直軸(V)とのなす角度(図-1)で、シングルシア試験の歪の境界条件から  $\tan 2\psi = -\delta/h$  となる。すでに主応力比と粒状体の構造との間に成立すべき基本的関係式として次式を提案した。

$$\tau / \sigma_3 = S_z / S_y \cdot \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \phi_u \right) \quad (3)$$

(2)(3)式から、シングルシア試験における砂の stress-dilatancy 関係として次式を得る。

$$\frac{\tau}{S} = \frac{\cos 2(\psi - \theta) \{ \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \phi_u \right) - 1 \} - \bar{v}/\bar{\delta} \{ \tan^3 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \phi_u \right) + 1 \}}{\cos 2(\psi - \theta) \{ \tan^3 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \phi_u \right) + 1 \} - \bar{v}/\bar{\delta} \{ \tan^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \phi_u \right) - 1 \}} \quad (4)$$

ただし、 $\bar{x} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)$ ,  $S = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$ ,  $\bar{v} = \dot{\epsilon}_1 + \dot{\epsilon}_3 = \dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_y = (\dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon}_y) / \cos 2(\psi - \theta)$ 。式中の  $\cos 2(\psi - \theta)$  は、主応力軸と主歪増分軸の不一致による要素を表わしており、両者が一致する場合は1に等しい。

3. Cole(1967) の実験結果との比較： Cole は Leighton Buzzard Sand のシングルシア試験から、loose medium, dense の各々について、図-3, -4 に示す結果を得た。図中の実線は、 $\psi - \theta = 0$  とし  $\phi_u = 23^\circ$  とする(4)式を示し、また点線 A, B はそれぞれ  $\psi - \theta = 15^\circ, 20^\circ$  とする(4)式(ただし  $v/\delta > 0$ )を示している。図-3, -4 から次のことが指摘できる。1) loose, medium 砂の場合、実験値は  $\psi - \theta = 0$  とする理論式の傾向とほぼ一致する。このことから主応力軸と主歪増分軸との不一致は、砂の stress-dilatancy 関係に基本的な影響を及ぼさないといふ判断ができる。2) 特に dense 砂の場合、実験値は理論曲線から多少はずれる傾向がある。これは供試体の変形をすべて粒子間すべり変位にもとづく弾性変形とみなしそれを無視したこと、および供試体の不均一変形などの原因によるものであろう。

4. 参考文献： (1) 小西, 小田(1974)“粒状体のせん断における主応力軸の方向について”第9回国土質工学研究発表会, (2) 小田, 小西(1974) 同上, (3) Oda and Konishi(1974) "Rotation of principal stress axes during simple shear test of granular material, soils and foundation (in preparation)", (4) Cole(1967) "The behaviour of soils in the simple shear apparatus", Ph.D.Thesis, University of Cambridge

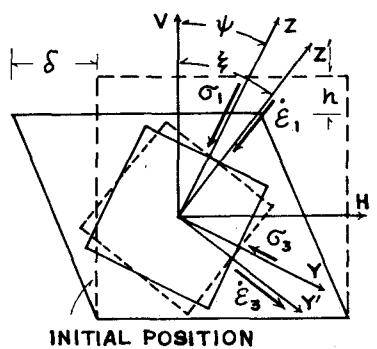


图-1 主心力軸, 主歪増分軸

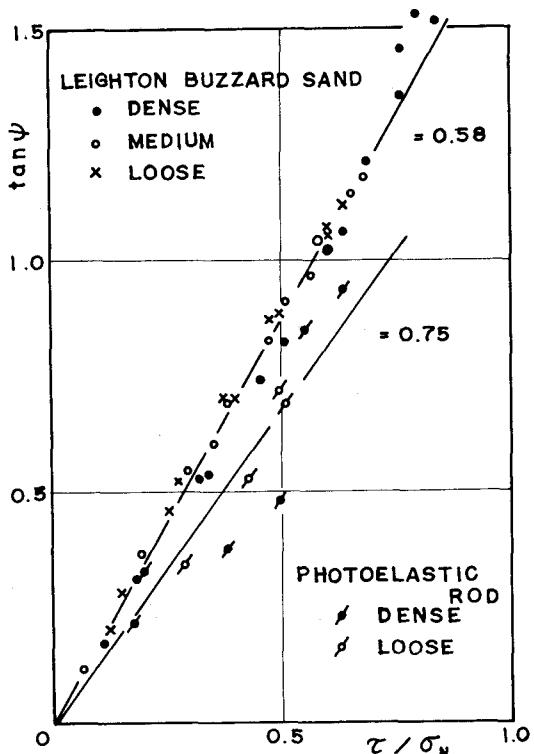


图-2  $\tan \psi - \tau / \sigma_N$

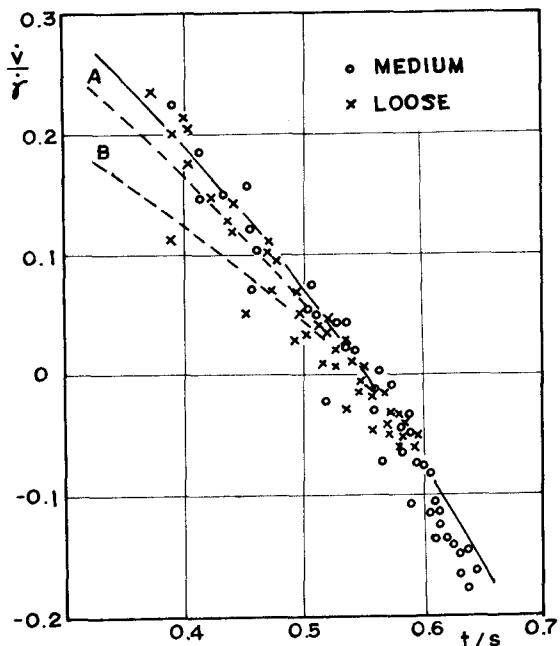


图-3  $v/\dot{\rho} \sim t/s$

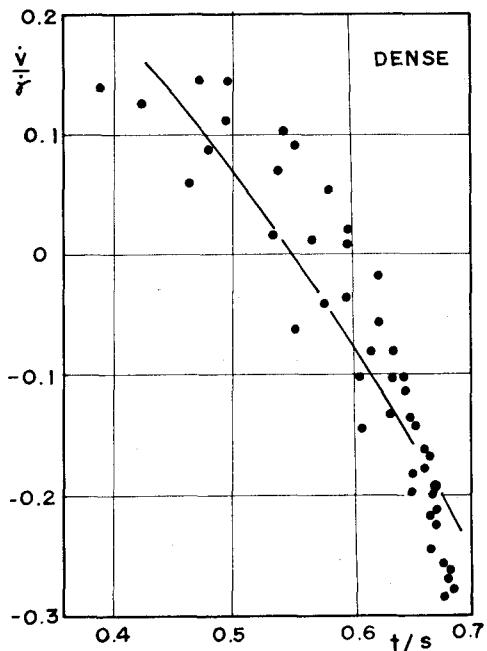


图-4  $v/\dot{\rho} \sim t/s$