

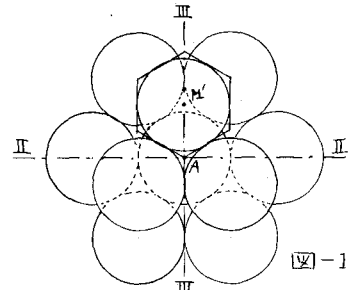
1 まえがき

砂の破壊以前の変形特性を砂粒子一つ一つの弾性変形特性、静止マサツ係数なごびに粒子配列の変化によって説明できないかと考えている。今回は、等球モデルを用いて、特に最終状態である破壊時に粒子が一樣な配列をするという仮定について検討する。すなわち、初期の間げき比 e_0 をもつ、ついで、のどろ、正球形の粒子の集合を考える。初め静水圧 σ_0 が働いている状態に、一定方向から $\sigma_1 > \sigma_0$ ($\sigma_0 = \text{一定}$) なる力が徐々に加わると、よりすべりやすい粒子接点ですべりが生じるであろう。残りのより強い粒子接点も順次すべり、結局、弱い粒子接点は、そのとき働いている応力 σ_1 に耐える強さに等しいか、それ以上の強さをもつ位置に落ちつくであろう。しかるに、破壊時には応力 σ_1 が最大となってそれ以上の応力に耐えないうのだから、すべての粒子は一樣な接点の強さをもつ、すなわち、一樣な粒子配列をもつことになるであろう。この仮定のもとに、最密の粒子配列が一定方向に一樣につぶれてゆく場合の主応力比と間げき比関係の計算結果と拘束のない両端をもつ等価圧排永三軸圧縮試験の結果とを比較してみた。

2. 等球モデルによる砂の主応力比 σ_1/σ_0 と間げき比 e との関係

粒子配列として最密の *Tetrahedral-closed packed hexagonal array* を考える。図-1で、この粒子配列の一部を示す。

球の半径を R とする。紙面に鉛直な方向を I-I 方向、また II-II 方向、III-III 方向を図のようにとる。



I-I 方向に垂直な面を I-I 面などとする。この面で一球あたりが占める面積は

$$\text{面積 } S_0 = \frac{\pi}{2} \times (\overline{AM}) \times (\overline{AM} \sin 60^\circ) = 2\sqrt{3}R^2,$$

$$\text{一粒にかかる力 } L_0 = \sigma_0 \times S_0 = 2\sqrt{3}R^2\sigma_0.$$

I-I 方向に力を受けて、上球が下球に相対的に MM' の Δ 倍だけ沈みこんだとする、図-2より

$$\overline{AM'} = \sqrt{(\overline{MA})^2 - (\overline{MM'})^2} = \sqrt{1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2} \cdot 2R.$$

だから、一粒あたりの占める面積は

$$\text{面積 } S_I = \frac{\pi}{2} \times (\overline{AM'}) \times (\overline{AM'} \sin 60^\circ) = 6\sqrt{3} \left\{ 1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2 \right\} R^2,$$

$$\text{一粒にかかる力 } L_I = \sigma_I \times S_I = 6\sqrt{3} \left\{ 1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2 \right\} R^2 \sigma_I.$$

III-III 面を示す図-4から、一球あたりが占める面積は

$$\text{面積 } S_{III} = 2\overline{mM'} \times 2\overline{AM'} \sin 60^\circ = 4\sqrt{2}(1-\Delta) \sqrt{1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2} R^2,$$

$$\text{一粒にかかる力 } L_{III} = 2\sigma_{III} \times S_{III} = 8\sqrt{2}(1-\Delta) \sqrt{1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2} R^2 \sigma_{III}.$$

粒子配列の一単位を図-3、図-4の本様で囲まれた六角柱とすると、その体積は、

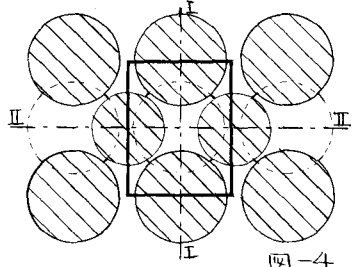
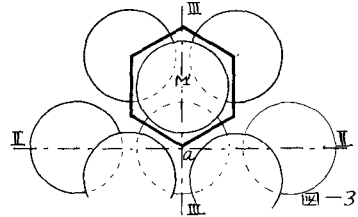
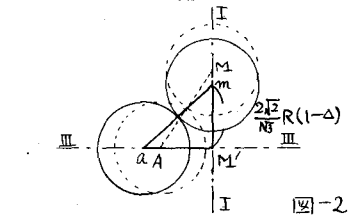
$$V = S_I \times 2(\overline{mM'}) = 24\sqrt{2} \left\{ 1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2 \right\} (1-\Delta) R^3.$$

この六角柱の中には、球が二つあるので、間げき比 e は、

$$e = \frac{V - \frac{4}{3}\pi R^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \left\{ 1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2 \right\} (1-\Delta) - 1. \quad \dots (1)$$

上下二球の間の力のつり合いを考える。図-5で接点 S に働く鉛直方向の力は、

$$|\overrightarrow{QR}| = \frac{1}{3} \times L_I = 2\sqrt{3} \left\{ 1 - \frac{2}{3}(1-\Delta)^2 \right\} R^2 \sigma_I.$$



水平方向の力は、

$$|\vec{R}T| = \frac{1}{2} \times L_{II} = 4\sqrt{2}(1-\Delta)\sqrt{1-\frac{2}{3}(1-\Delta)^2} \cdot R^2 \sigma_3.$$

ゆえに、力 $|\vec{Q}T|$ 、 $\angle RQT$ 、 $\angle TQS$ は、 Q を図-5 のようにとると、

$$|\vec{Q}T| = \sqrt{[2R\{1-\frac{2}{3}(1-\Delta)^2\}R\sigma_1]^2 + [4\sqrt{2}(1-\Delta)\sqrt{1-\frac{2}{3}(1-\Delta)^2} \cdot R^2 \sigma_3]^2},$$

$$\angle RQT = \tan^{-1} \frac{|\vec{RT}|}{|\vec{QR}|} = \tan^{-1} \left\{ \frac{2\sqrt{2}(1-\Delta) \sigma_3}{\sqrt{3-2(1-\Delta)^2} \sigma_1} \right\},$$

$$\angle TQS = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) - \angle RQT = \theta - \tan^{-1} \left\{ \frac{2\sqrt{2}(1-\Delta) \sigma_3}{\sqrt{3-2(1-\Delta)^2} \sigma_1} \right\}. \quad \dots (2)$$

ただし、 θ は図-2 か、

$$\tan \theta = \frac{Q M'}{M M'} = \frac{\sqrt{3-2(1-\Delta)^2}}{\sqrt{2}(1-\Delta)}. \quad \dots (3)$$

したがって、接点 S に働く半径方向の力を L_r 、接線方向の力を L_θ とすると、

$$L_r = |\vec{Q}T| \cos \angle TQS,$$

$$L_\theta = |\vec{Q}T| \sin \angle TQS.$$

粒子の静止マサツ係数を μ とすると、

$$(\mu L_r)^2 - (L_\theta)^2 = 0.$$

がみたされるときすべしはじめるから、

$$\mu^2 \cos^2 \angle TQS - \sin^2 \angle TQS = 0.$$

ゆえに、

$$\cos \angle TQS = \pm \sqrt{\frac{1}{1+\mu^2}} \quad \dots (4)$$

したがって、式(2)、(3)、(4)より

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{2\sqrt{3-2(1-\Delta)^2}}{2\sqrt{2}(1-\Delta)} \right\} = \tan^{-1} \left\{ \frac{2\sqrt{2}(1-\Delta) \sigma_3}{\sqrt{3-2(1-\Delta)^2} \sigma_1} \right\} + \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}}. \quad \dots (5)$$

3. 実験方法

側圧一定の排水三軸圧縮試験

ヒズミ速度 4×10^{-4} /分

試料 豊浦標準砂 比重 2.65

(水と飽和) 相馬標準砂 " 2.62

ガラスビーズ " 2.47 $\phi = 0.2 \text{ mm}$

" " " $\phi = 1 \text{ mm}$

供試体寸法 $\phi 50 \text{ mm}$ 、高さ 110 mm

供試体成形 密づめ 5層 各層50回突き固め。

ゆるづめ 水中に試料を落させた。

供試体上下面をシリコングリス塗布ゴム膜で押え、横方向へは自由に広がる

ようにした。

4. 結果 計算と実験から得た間隙き比 e と主応力比 σ_1/σ_3 の関係を図-6 に示す。

図中の μ をパラメーターとする実験は、式(1)、式(5)を図表化したものから読みとった。また、

初期間隙き比 e_0 と破壊時の間隙き比 e_f との関係を図-7 に示す。

5. むすび

以上の結果から、粒径のよくそろった 初期間隙き

比が $0.50 \sim 0.80$ をもつ砂では、始めの粒子配列の如何にかかわるす、主応力比 σ_1/σ_3 が最大の点で、粒3面23面が一様になるとする仮定が一つの規準になるものと思われる。

おわりに、日頃、討論を通じて種々の示唆をいただいた、励ましていただいた 本学 湯浅欽史助教授に謝意を表した。

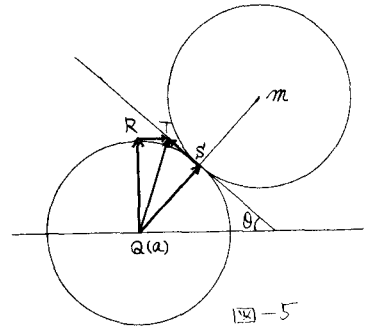


図-5

