

広島大学 正 吉 國 洋
中 堂 裕 文
島 根 県 伊 藤 康 幸

1. まえがき

1970年、Schiffman¹⁾は帯基礎の問題に対して、Biotの方程式に解を与えた。しかし、山口^{2),3)}は Schiffmanの解の収斂性と得られた解の妥当性を否定し、自らもこの問題に対して Biotの方程式に厳密解を与えた。そして、粘土層の厚さ H と載荷中 B との比がある値よりも大きい場合には、帯基礎の圧密過程は一次元圧密のそれより遅れる事を指摘した。このような現象はCryerが指摘した球の圧密における間隙水压の挙動と同様に熱伝導的圧密の概念からすると、奇異な感じを与える。この報告は、吉國の提案する圧密ポテンシャル ϕ を中心にした圧密理論の立場から、この問題を説明したものである。

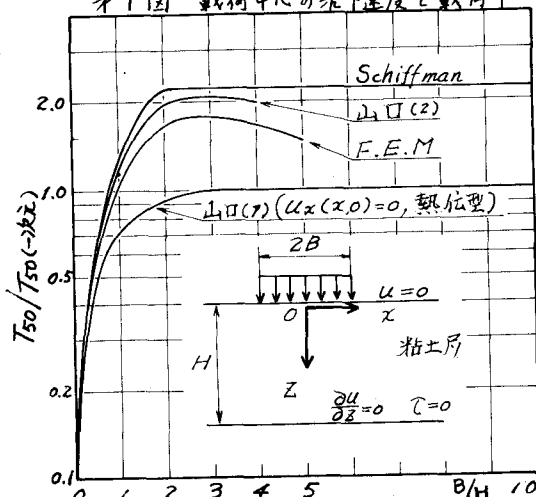
2. 既往の解の比較

オ1図は、載荷中心の沈下速度に対する荷重中の影響を示したものである。縦軸は載荷中心の沈下が50%に達する時の時間係数 T_{50} と一次元圧密における圧密度50%の時間係数 $T_{50}(1D)$ との比で表示したものであり、横軸は載荷中 B と粘土層の厚さ H との比である。なお図中山口²⁾(1)の解はポアソン比に無関係であるが、他の解はポアソン比 $\nu=0$ に対する解である。

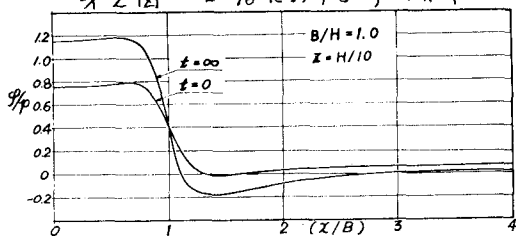
B/H の値が無限に大きくなると帯基礎中心の沈下速度は一次元圧密のそれに漸近する等である。山口³⁾が指摘するように Schiffmanの解はこの条件を満たしていない。また山口¹⁾の解は粘土層表面の水平変位が零であるという仮定を置いて求められたものであり、熱伝導型(Terzaghi)の三次元圧密の方程式の解と等価である。⁴⁾ この場合の解は B/H の値の増加と共に一次元圧密に単調に漸近している。一方、山口²⁾の解は粘土層表面の水平変位に対する仮定を取り去って求められたものであり、一般的な解である。この解においては、 B/H の値が小さい時一次元圧密のそれより早く、 B/H の値がある値より大きい時一次元圧密のそれより遅く、圧密速度は B/H で最も遅く、その後圧密速度を増す方向で一次元圧密に漸近する。著者のF.E.Mによる解は山口²⁾の解と同一の条件で解かれたものであり、総体値に幾分の差はあるが傾向は山口²⁾の解と同様である。

なお、これらすべての解の排水条件は上端面排水、下端面排水であり、山口¹⁾の解は下端面のみスミ-

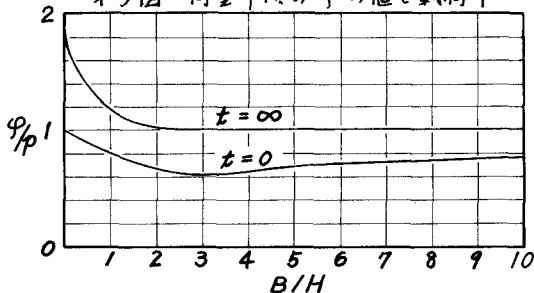
オ1図 載荷中心の沈下速度と載荷中



オ2図 $z=H/10$ における ϕ の分布



オ3図 荷重中心の ϕ の値と載荷中



ズ、他の解は上下端面共にスムーズの条件に
対するものである。

3. 考察

帯基礎の場合の圧密方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} - (v \nabla^2 u = \frac{\partial \varphi}{\partial t} \quad (1)$$

ここに $\varphi = (\lambda + 2\mu)e + u$ (圧密ポテンシャル)⁽²⁾

であり、次の2つの Laplace の方程式

$$\begin{cases} \nabla^2 \varphi = 0 & (3) \\ \mu \nabla^2 w = 0 & (4) \end{cases}$$

ここに $w = \text{rot } u$ (回転ベクトル)

の援用を得て、(1)式を解かねばならないが、
現在、解くに至っていないので、F.E.M.による
解析結果を (1)式の立場から解釈することに
にする。

圧密の問題は、境界における圧密ポテンシ
ヤル φ の挙動が判れば (3)、(4)式の援用を得
て (1)式によって理解することができる。帯
基礎の圧密の場合、粘土層下端面が滑りか
であるならば、粘土層表面 ($z=0$) における
 $\varphi(x, 0, t)$ の挙動だけで粘土層内部の状
態を推定することができる。⁽⁴⁾ 所以 $\varphi(x, 0,$
 $t)$ は次式で表わされる。

$$\varphi(x, 0, t) = p + 3\mu \varepsilon_x(x, 0, t) \quad (5)$$

p : 圧密荷重 $\varepsilon_y = 0$

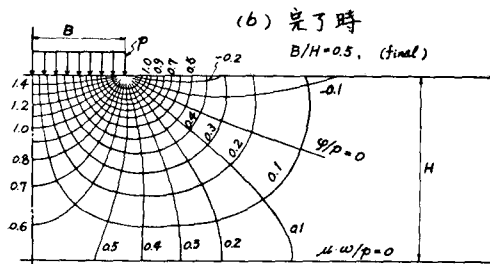
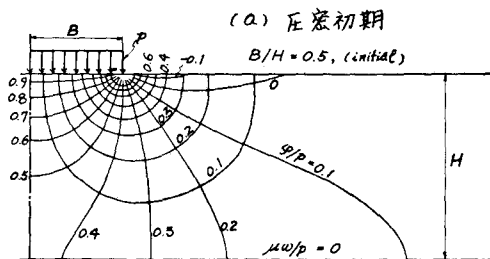
オ2図は $z = \frac{H}{10}$ 面における圧密初期と
完了時の $\varphi(x, \frac{H}{10})$ の分布を示したも
のである。なお $B/H = 1$ である。

F.E.M. 解であるために $\varphi(x, 0)$ が精度よ
く求めにくいので、 $\varphi(x, \frac{H}{10})$ で粘土層内
部の状態を推定することにする。オ2図をみ
ると、載荷重下部においては、載荷直後、粘
土層が側方に変位する ($\varepsilon_x < 0$) ために
 $\varphi/p < 1$ となっている。これは、載荷重直
下において、 $\sigma_v = 0$ で $p > u$ であることと同
義である。そして、圧密完了時には $\varphi/p > 1$ まで回復している。これは圧密過程中載荷重下部では $\varphi > 0$

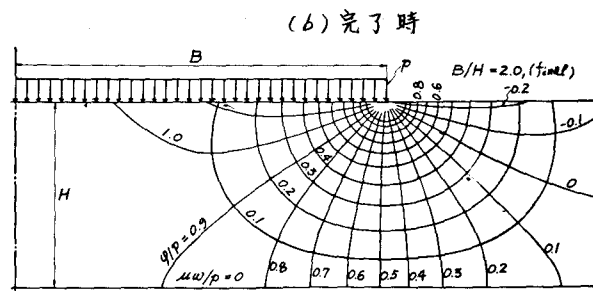
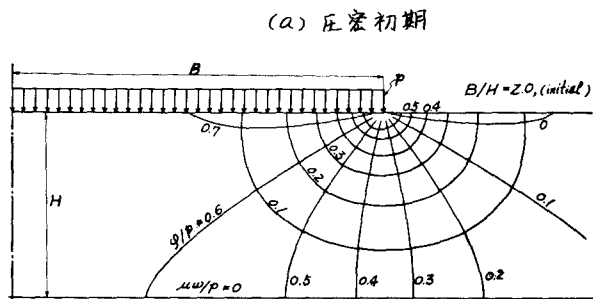
$\varepsilon_x > 0$ であることを示しており、この領域では、正の Mandel-Cryer 効果がみられ、⁽⁵⁾ 漸増荷重のもとでの圧
密 ($\dot{\varphi} > 0$) と同様に圧密過程は、定荷重の場合の熱伝導型の方程式 ($\dot{\varphi} = 0$) の解よりも遅れる。

オ3図は、荷重中心 ($x=0, z=0$) における圧密初期と完了時の φ と B/H の関係を示したものであり、

オ4図 φ と w の分布



オ5図 φ と w の分布



点(0,0)における圧密過程を通じての $\varphi(0,0)$ の増加量は、 B/H の小さい時最も大きく、 B/H の増加と共にゆっくり減少している。したがって、局部的に考えるなら点(0,0)におけるMandel-Cryer効果は、 B/H の小さい場合に最も大きい。そこでオ1図を見直してみると、山口(1)の解は熱伝導型の方程式($\dot{\varphi}=0$)の解と等価であり、 B/H の変化に伴う排水の難易だけがオ1図に表現されたものとみてよい。したがって、山口(1)の解($\dot{\varphi}=0$)と山口(2)の解($\dot{\varphi}\neq 0$)との差がMandel-Cryer効果の影響ということになる。 B/H の値が小さい時、両者の差は小さく、熱伝導型の方程式の近似性は高い。そして B/H の値の増加と共に両者の差は増加し、 $B/H=3$ で極大に達し、その後両者の差は比較的ゆっくりと減少している。オ1図に対するこの考察とオ3図に対する先述の結論とは矛盾しない。確かに点(0,0)におけるMandel-Cryer効果は B/H の小さい程大きい。 (2)式のLaplaceの方程式から理解されるように B/H の値が小さい時には、 $z=0$ の面における φ の時間的変動が深い部分に伝達されず、周辺部に分散される。したがって粘土層の厚さ H について平均的に考えるならば φ は殆んど増加しなかった事になり、熱伝導型の方程式($\dot{\varphi}=0$)の近似性は高い。反面、 B/H の値の増加と共に、 $z=0$ の面における φ の増加量は幾分か小さくなるが、 φ の変動が深い部分にまで伝達され、深さ方向の平均的 φ が増加し、Mandel-Cryer効果を強く受けることになる。そして $B/H=3$ 以上になると載荷中心($x=0$)における $\varphi(0,z,t)$ は深さ方向にほぼ一様となり、 $z=0$ の面における中心附近の φ の変動による影響だけを受け、結果的に B/H の値の増大とともに、載荷中心の床下を与えるMandel-Cryer効果は、ゆっくりと減少する。オ4図(a)(b)およびオ5図(a)(b)がこの間の事情をよく説明している。オ4図(a)(b)はそれぞれ $B/H=0.5$, $\nu=0$ の場合の圧密初期と完了時の φ と w の分布を示したものであり、オ5図(a)(b)は同様に $B/H=2$, $\nu=0$ に対するものである。

オ4図およびオ5図から判るように、載荷重下部の領域においては圧密過程中、圧密ポテンシャル φ は増加し、正のMandel-Cryer効果が生じるが、載荷重外部($x>\beta$)の領域においては圧密ポテンシャルは圧密過程中、減少し、負のMandel-Cryer効果がみられる。従って圧密過程は熱伝導型の解よりも速く進行することになる。 $x>\beta$ の領域の表面近くでは負の圧密ポテンシャルが発生し、 $\varphi<0$ の領域は完全に膨潤過程である。また $\varphi>0$ でかつ $\dot{\varphi}<0$ の領域の圧密過程は漸減荷重のもとの圧密過程と同義であるから局部的に一旦圧密されたものが膨潤する領域が排水条件によって、局部的に存在する。

なお、オ4図およびオ5図に示された φ と w の分布は、圧密初期と完了時に対するものであるから排水条件には無関係である。

4. あとがき

上述のように、奇異な感じを与える帯基礎における圧密挙動も圧密ポテンシャルを中心にした圧密論によるならば、比較的明快にそのメカニズムを説明することができる。この点Biot理論は解を求めることはでき、Mandel-Cryer効果などの存在は確認できるが、そのメカニズムを説明することはできない。これはBiot理論が、圧密現象の説明に必要ないくつかの基礎的条件式を二つの方程式に集約したに止り、二つの方程式の相互作用が不明であることに原因している。なお、本報告の数値解は $\nu=0$ のケースであり、熱伝導型の方程式の解($\dot{\varphi}=0$)と厳密解($\dot{\varphi}\neq 0$)の差異が最も大きい。実際の粘土層のポアソン比は $\nu=0.3\sim 0.4$ といわれ、両解の差異は小さい。また載荷重による粘土層表面の水平変位の拘束があるので熱伝導型の近似性は意外に高いと考えられる。

参考文献 1) Gibson, Schiffman, Pu (1970) Plane Strain and Axially Symmetric Consolidation of a Clay Layer on a Smooth Base, *Quart. J. of Mech. and Applied Maths.* Vol. 23.

2) 山口, 村上 (1972) 有限粘土層の多次元圧密について オ7回土質工学研究発表会

3) 山口, 村上 (1973) 多次元圧密問題の厳密解について オ8回土質工学研究発表会

4) 吉岡, 中1堂 (1972) 有限地盤の帯状基礎による圧密 オ27回土木学会年次講演会

5) 吉岡, (1974) 圧密ポテンシャルについて オ9回土質工学研究発表会