

III-14 盛土による圧密沈下に関する一考察

鹿島建設技術研究所

庄子幹雄

"

正会員 ○ 松本 喬

I はじめに

Terzaghiの圧密理論を構造物の沈下計算に適用する場合、例えば道路の盛土等のように構造物の幅が粘土地盤の厚さに比べて十分広くない時には沈下が二次元、三次元的に生ずるためによく合わないだろうということは圧密論研究の初期の時代から指摘されていた。したがって二次元、三次元圧密に関してはかなり古い時代から多くの研究がなされていたが、理論的取り扱いの困難から特殊なケース以外は解が得られず、実際問題への適用もほとんどなされていなかった。しかし最近の大型電子計算機の発達に伴ない有限要素法による近似的な数値計算手法を用いれば比較的容易にこの難点が解消できる。本報文においても三次元弾性論に基づいたBiotの圧密理論に有限要素法を適用する。すなわち、Sandhu and Wilson⁽¹⁾及びYokoo, Yamagata and Nagaoka⁽²⁾が提案したBiotの支配方程式に対する変分原理を用いて有限要素定式化を行なう。この手法を名神高速道路の大垣試験盛土に適用し、数値計算結果と実測値との比較を行ない、その実用性を検討する。

II 変分原理及び有限要素定式化

応力、ひずみ、弾性係数、透水係数の各テンソルをそれぞれ、 σ_{ij} , ϵ_{ij} , E_{ijkl} , k_{ij} で表わし、水頭及びその勾配を h , $h_{,i}$ で示す。変位、流速、物体力の各ベクトルをそれぞれ、 u_i , v_i , F_i とし、水の単位体積重量を γ_w で表わす。水頭、流速、外荷重、変位に関する境界条件がそれぞれ指定された境界表面上で与えられ、かつ内部要素の境界面上で応力と流速の連続性が保たれるようにする。また初期条件は初期体積ひずみが零である。このような場合、Biotの支配方程式と等価な汎関数 Π は、次式で与えられる。⁽²⁾

$$\begin{aligned} \Pi = \sum_n \left[\int_{S_v^n} \gamma_w * \bar{v} * h dx + \int_{S_T^n} \bar{T}_i * u_i dx + \int_V^n \left(\frac{1}{2} \gamma_w k_{ij} * h_{,i} * h_{,j} \right. \right. \\ \left. \left. + \gamma_w h * \epsilon_{ii} - \frac{1}{2} \sigma_{ij} * \epsilon_{ij} + F_i * u_i \right) dx \right] \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 S_v , S_T は流速の境界値 $\bar{v}$ 及び外荷重 $\bar{T}_i$ が与えられている境界表面を、 V は領域の体積を意味している。また空間と時間の場合にある関数 A , B に対して $A * B$ は積分を意味し、次式で定義される。

$$A(x, t) * B(x, t) = \int_0^t A(x, t - \tau) B(x, t) d\tau \quad (2)$$

(1)式で求めた変分原理に対して近似解を得るべく直接法を用いるために、節点の変位ベクトルを $\{\phi(t)\}$ 、節点の水頭を $\{\varphi(t)\}$ とし、これに対する形状関数を $\{a^n(x)\}$ 、 $\{b^n(x)\}$ とする。ひずみと節点変位、体積ひずみと節点変位及び水頭勾配と節点の水頭との関係を結ぶマトリックスをそれぞれ $\{C^n(x)\}$ 、 $\{D^n(x)\}$ 、 $\{G^n(x)\}$ とし、ベクトル $\{\phi(t)\}$ 、 $\{\varphi(t)\}$ を未知の部分 $\{\phi_1(t)\}$ 、 $\{\varphi_1(t)\}$ と既知の部分 $\{\phi_2(t)\}$ 、 $\{\varphi_2(t)\}$ とに分割してやれば、近似解を得るための支配方程式は、次の(3)、(4)式となる。

$$- [L_{11}^T | L_{12}] \left\{ \begin{array}{c} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{c} M_{11} \\ M_{21} \end{array} \right]^T \left\{ \begin{array}{c} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \end{array} \right\} + \{P_{11}(t)\} = 0 \quad (3)$$

$$[N_{11}^T | N_{12}] * \left\{ \begin{array}{c} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{array} \right\} + [M_{11}^T | M_{12}] \left\{ \begin{array}{c} \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{array} \right\} + \{P_{21}(t)\} = 0 \quad (4)$$

ここで、 $[L]$ は構造解析では剛性マトリックスと呼ばれているものであり、 $[M]$, $[N]$, $\{P_1(t)\}$, $\{P_2(t)\}$ は、

$$[M] = \sum_n \gamma_w \int_V^n \{b^n(x)\} \{D^n(x)\}^T dx \quad (5) \quad [N] = \sum_n \gamma_w \int_V^n \{G^n(x)\}^T [k_{ij}(x)] \{G^n(x)\} dx \quad (6)$$

$$\{P_1(t)\} = \sum_n \left(\int_{S_T^n} [a^n(x)]^T \{\bar{T}_i(x, t)\} dx + \int_{V^n} [a^n(x)]^T \{F_i(x, t)\} dx \right) \quad (7)$$

$$\{P_2(t)\} = \sum_n \gamma_{un} \int_{S_v^n} \{b^n(x)\} * \bar{v} dx \quad (8)$$

(3), (4)式に Ziekiewicz と Parckh⁽⁴⁾によって提案された step-by-step method を適用すれば解が得られる。

Ⅲ 名神高速道路大垣試験盛土への適用

上の解析手法を名神高速道路大垣試験盛土に適用し、実測値との比較検討を行なう。大垣試験盛土は、第一次盛土を数幅 4.14 m、高さ 6 m、盛土勾配 1 : 2 の規模で約 3 ヶ月間行ない約 4 ヶ月後に第二次盛土を高さ 2 m 盛土勾配 1 : 1.2 の規模で約 20 日間行なったもので、基礎地盤は、上部粘土層が 6 m の深さまであり、中間砂層が 1.4 m まで、その下に下部粘土層が 2.6 m の深さまで存在し、その下は砂れき層となっている。Fig.1 に上部及び下部粘土層の土性図を示す。また Fig.2 には、有限要素図を示している。結果の詳しい検討は、紙面の都合上ここでは省略するが Fig.3 には沈下に関して実測値と計算結果との比較を、さらに Fig.4 には、間げき水圧の比較図を示しておく。なお、Fig.1, 3, 4 中の実測データは、すべて参考文献(3)から得たものである。

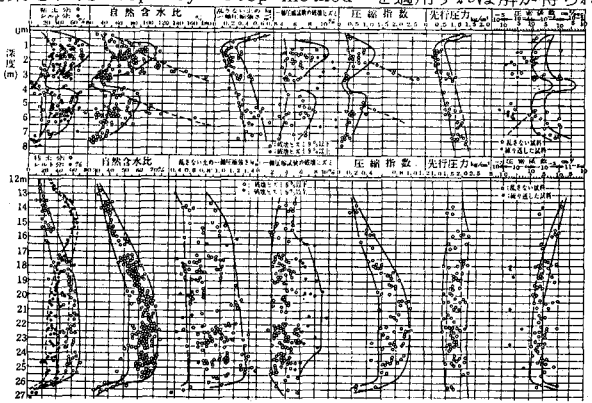


Fig.1 上部粘土層および下部粘土層の土性図

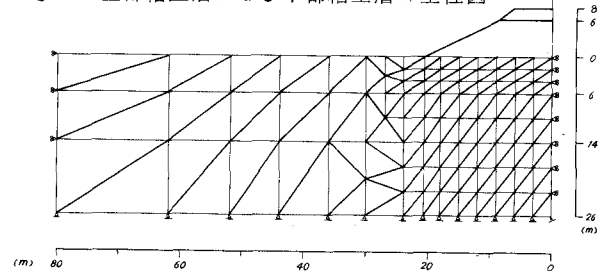


Fig.2 有限要素図

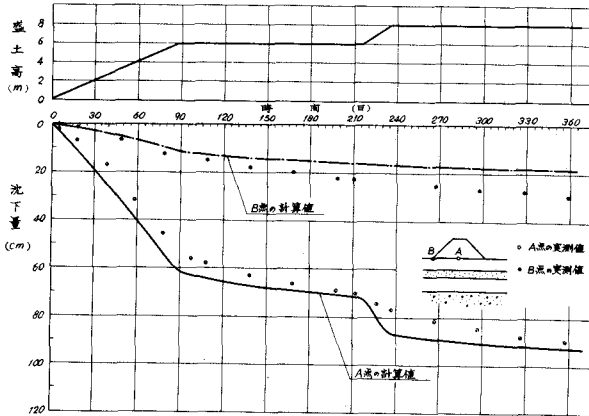


Fig.3 圧密沈下の比較

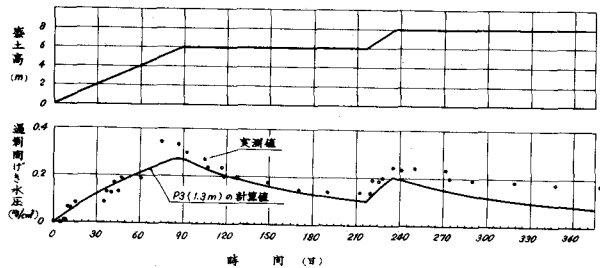


Fig.4 間げき水圧の比較

参 考 文 献

- (1) Sandhu, R.S. and Wilson, E.L. (1969), "Finite-element analysis of seepage in elastic media". ASCE, 96, EM3
- (2) Yokoo, Y. et al. (1971), "Variational principles for consolidation". JSSMFE, vol. 11, No. 4
- (3) 日本道路公団、試験所報告一名神高速道路編 (1964), pp2-142 ~ pp2-226
- (4) Zienkiewicz, O. C. et al (1970), "Transient field problems". Int. J. Numerical Meth. Eng., 2