

徳島大学工学部 正員 山上拓男

徳島大学工学部 正員 小田英一

1. まえがき

近時、浸透流解析に FEM が広く応用されるにしたがって、その非定常問題への適用例もいくつか発表されて^{1,2,3,4,5)}いる。本文はこれら既往の研究成果のうち、4 節点一次 iso-parametric 要素を用いた Desai の解法に注目し、時々刻々変動する自由水面追跡に spline function を導入して、彼の解法を改良せんとしたものである。そして貯水池水位が徐々に低下する場合 (gradual drawdown condition) の一解析例を通じて本解析法の問題点を明らかにするものである。さらに、筆者らによる定常浸透流下の法面の安定解析法を拡張し、堤体内部が非定常水位変動を受ける際の安定解析へと発展させることを最終目的とする。

2. 非定常解析

貯水位降下に伴う堤体内の水位変動の追跡は、解析領域自体が逐時変動するため、定常流に比べて相当にやっかいな問題となる。しかも外水位の低下が所定の位置まで急激に降下すると考える、いわゆる sudden draw-down condition に比べ、gradual drawdown condition の場合は一段と工夫を要する。

さて、この種の自由水面を有する非定常流においては、貯留係数 (圧縮性) に起因する内部の非定常性は無視し得るものとし、自由水面変動は単に外部境界条件の変動下において、微小な time step Δt 間の定常流の連続で追跡できるとするのが一般的である。いま、Fig. 1 ににおいて、任意時刻 t での自由水面 E-E に面した代表的な要素を $(m-1)$, (m) , $(m+1)$ とする。iso-parametric 要素では各要素内の流速は一定とはならないので簡単に自由水面上の流速を定め得る。そこで、時刻 t での与えられた境界条件のもとに、定常流の FEM 解析を行い、そのときのポテンシャル分布から自由水面上の各節点での Darcy 則による合速度 (v_i) を定める。これより、自由水面上の水分子の間隔 Δx を流れる真の合速度 (U_{si}) を次式で定め

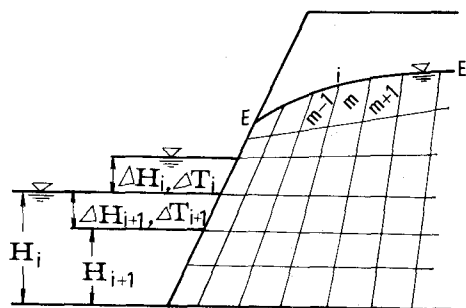


Fig-1

$$U_{si} = v_i / \beta \quad \text{ここに } \beta: \text{有効空ゲキ率} \quad \text{----- (1)}$$

さらに、この値に time step Δt を乗じた値を V_i ($V_i = \Delta t \cdot U_{si}$) で表示し、微小時間 Δt 後、すなわち時刻 $t + \Delta t$ での新しい自由水面は V_i の先端を連ねたもので与えられると考える。(Fig. 2 参照)。この場合、自由水面の修正は、あらかじめ規定された直線 (nodal line) に沿って行なわれるものとする。なお、要素の特性として、相隣る二要素間のポテンシャルの連続性は保証されるが、それらの導関数は不連続となるので、例えば Fig. 1 ににおいて、 $(m-1)$ 要素から求めた節点 i の流速と、 (m) 要素による節点 i での流速は、一般に異なった値となる。したがって節点 i での流速としては、両者を平均したものをを用いている。

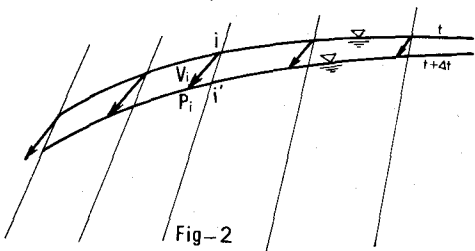


Fig-2

さて、新しい自由水面の決定は次のようである。Fig. 2 の任意節点 (i) の合速度 V_i の先端 P_i を通り、 i 点で自由水面に引いた接線に平行な直線が nodal line と交わる点 z を求め、この点を新たな自由水面上の節点とする。ここで問題となるのは (i) 点での接線をいかに精度よく求めるかである。このため筆者は自由水面を spline function^{7,8)} で近似することと試みた。この spline function は与えられた節点を通り、1 次および 2

次の導関数が連続するように節点間を3次の曲線で近似したものである。いま、Fig-3において、自由水面上の節点を $0, 1, 2, \dots, i, \dots, n, n+1$ の計 $(n+2)$ 個の点で構成されているものとする。ば、両端での2次の導関数を $y''_0 = y''_{n+1} = 0$ と仮定して、節点1～ n での2次の導関数は次の連立方程式を解くことによって求められる。

$$\begin{pmatrix} 2(\Delta x_1 + \Delta x_2) & \Delta x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta x_2 & 2(\Delta x_2 + \Delta x_3) & \Delta x_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta x_3 & 2(\Delta x_3 + \Delta x_4) & \Delta x_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta x_4 & 2(\Delta x_4 + \Delta x_5) & \Delta x_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Delta x_5 & 2(\Delta x_5 + \Delta x_6) & \Delta x_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta x_n & 2(\Delta x_n + \Delta x_{n+1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y''_1 \\ y''_2 \\ \vdots \\ y''_i \\ \vdots \\ y''_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6(\frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} - \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1}) \\ 6(\frac{\Delta y_3}{\Delta x_3} - \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2}) \\ \vdots \\ 6(\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} - \frac{\Delta y_{i-1}}{\Delta x_{i-1}}) \\ \vdots \\ 6(\frac{\Delta y_{n+1}}{\Delta x_{n+1}} - \frac{\Delta y_n}{\Delta x_n}) \end{pmatrix} \quad \dots (2)$$

これより、各節点の左右から求めた接線の勾配は

$$y'_i(L) = \Delta y_i / \Delta x_i + \Delta x_i (y''_{i-1} + 2y''_i) / 6 \quad \dots (3)$$

$$y'_i(R) = \Delta y_{i+1} / \Delta x_{i+1} - \Delta x_{i+1} (2y''_i + y''_{i+1}) / 6 \quad \dots (4)$$

となる。この式(3),(4)のいずれかを用いて、先の自由水面の接線の勾配を求めるのである。

ところで、gradual drawdown condition としての貯水池水位の低下速度は、揚水発電を目的とするフルダムなどの比較的大きな値でも、毎時1～2"程度といわれている。この低下速度を解析過程に導入すべく、

ここで用いている方法は、ある適当な時間間隔 Δt_i 間に外水位が ΔH_i だけ急降下するものとし、そのときの外水位 H_i が Δt_i 間持続するものと考え、さらにこの Δt_i を微小な n 個の time step Δt_j に分割する ($\Delta t_i = n \cdot \Delta t_j$)。そして自由水面の追跡は、各 Δt_j ごとに、外水位の修正は Δt_i ごとに行うといった手法をとっている。

3. 解析例および結語

Fig-4に法面勾配1:0.5、透水性係数 $k = 0.005 \text{ cm/sec}$ 、有効空ゲキ率 $\beta = 0.3$ のもとで、初期水平水位 $H = 72 \text{ m}$ より出発して、外水位低下速度が 2 m/hr なる場合の自由水面の変動状況を示す。なお、外水位の最終値は $H = 42 \text{ m}$ としている。このときの Δt_i は2時間、 Δt_j は10分、 ΔH_i は 4 m である。図中の自由水面は、外水位に記された経過時間に対応するものである。

この結果によれば、core 近傍に比べて法面付近での自由水面の低下が著しいことがわかる。これが妥当なものであるか否かは目下のところ実験値と比較していないので結論は出せないが、現在、流量に基いた解法を開発中であるので、それらの結果をみた上でさらに検討したいと考えている。

【参考文献】

- 1) France, P.W.ほか3名, IR1, pp.115～119, 1971.
- 2) Neuman, S.P.ほか1名, Water Resources Research, Vol.7, No.3, pp.611～623, 1971.
- 3) 飯田ほか1名, 土木研究所報告, 1971.
- 4) Desai, C.S., SM11, pp.1143～1162, 1972.
- 5) 河野, 土と基礎, Vol.21, No.8, 1973.
- 6) 山土ほか1名, 土質工学会講演集, 1974.
- 7) Desai, C.S. SM10, pp.1461～1480, 1971.
- 8) 川本ほか2名, 土木学会論文報告集, 218号, 1973.
- 9) 本島, 土と基礎, Vol.21, No.8, 1973.