

(株) 日本水道コンサルタント 正員・萩原良巳
上智大学大学院経済学研究科 萩原清子

1. はじめに

下水道施設は公共水域の水質保全のための1つの操作変数と認識でき、時空間投資計画を、河川水質を状態変数として採用して、2点境界値問題として定式化できることを明らかにした¹⁾。しかし、ここで採用した操作変数は、きわめて画一的であり、大規模システムのマクロ的合目的性追求にある程度有効であることを示したものの、あくまで全体システムの計画主体の立場に立ち、さらに予算の制約を考慮外とした。しかしながら、現実の国・都道府県・市町村は財政的にハイラーク構造を有している。したがって、下水道整備計画モデルを行政体相互の調整を記述しうるよう作成することが重要であると思われる。本稿では以下図と都市群の2レベルシステムを考へることとする。

2. 問題の設定とモデルの定式化

“都市群は各々独自に下水道の取入れ人口に対する普及率の目標値を有しているものとし、さらに各都市の下水道事業費を既知とする。また、都市群への国からの下水道事業費の補助金 $M = \sum M_i$ が決まっているものとする。このとき、上記の制約の下で、河川をできるだけきれいにするためには、国は一体どのように M_i を決定し、かつ各々の都市は、自らの土地利用の特性を考慮した下水道整備を計画すべきか。さらに、この決定のプロセスにおける国と各都市の情報交換はどうあるべきか。”

以上が問題の設定で、われわれの目的が河川をできるだけきれいすることであったから、各都市の放出負荷量の既知を最小、したがってカットの既知を最大にすればよい。このとき、モデルの構造はつぎようになる(図1)。

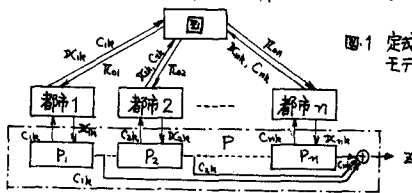


図1 定式化のためのモデルの構造

この図で、

$$X_i = [x_{i0}, x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]^T, x_{i0} \geq 0, 0 \leq x_{ij} \leq (1/q_{ij}) \quad (1)$$

が操作変数である。ただし、 x_{i0} : 都市 i の下水道投資額に対する国の補助金率、 x_{ij} : 都市 i の j 用途地域の下水道整備率、 C_{ik} : 操作変数として x_{ik} を選んだときの P_i の出力、ここではカットもしくは放出負荷量である。つまり、都市 i は、操作変数 x_{ik} と河川への放出負荷量 q_{ik} をカット C_{ik} を国へフィードバックし、国から統合変数 π_{ik} (補助金率の関数) をターゲットされ、再び x_{ik} を選択して、 C_{ik} を求めて、この2つの情報を国へフィードバックすることになる。以下、モデルの定式化を行なう。

(A) 目的関数(放出負荷量最小化)

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \{ f_{ij} x_{ij} (1 - x_{ij}) S_{ij} + e_{ij} x_{ij} S_{ij} \} \rightarrow \min. \quad (2)$$

(B) 制約条件

$$\sum_{i=1}^n M_i \leq M, M_i = I_i x_{i0} \dots \text{補助金の制約} \quad (3)$$

$$a_i \sum_{j=1}^m x_{ij} S_{ij} \leq (1 + x_{i0}) I_i, i=1, 2, \dots, n \dots \text{整備面積の制約} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^m e_{ij} x_{ij} S_{ij} \leq P_i \delta_i, i=1, 2, \dots, n \dots \text{普及率の制約} \quad (5)$$

ここで、 f_{ij} : 流速率、 q_{ij} : 汚濁負荷量 (ton/ha), S_{ij} : 面積 (ha), e_{ij} : 排水量 (m³/ha・日), e : 処理場の放流水質 (ton/m³), M : 国の総補助金(億円), I_i : 都市 i の下水道事業費(億円), a_i : 下水道整備単価(億円/ha), E_{ij} : 人口密度 (人/ha), P_i : 人口 (人), δ_i : 計画目標下水道普及率である。つぎに、 $d_{ij} = (e_{ij} - f_{ij} q_{ij}) S_{ij}$ として、 $B_i = \begin{bmatrix} I_i/a_i & -S_{i1} & -S_{i2} & \dots & -S_{im} \\ 0 & E_{i1} & E_{i2} & \dots & E_{im} \end{bmatrix}$, $b_i = \begin{bmatrix} -I_i/a_i \\ P_i \delta_i \end{bmatrix}$, $A_i = [-I_i \ 0 \ \dots \ 0]$, $b = [-M \ 0 \ \dots \ 0]$, $C_i = [0, d_{i1}, \dots, d_{im}]$ とおけば、(1)~(4)式はつぎのように書ける。

$$\begin{cases} B_i x_i \geq b_i, i=1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n A_i x_i \geq b, \quad 0 \leq x_i \leq \max x_i, \max x_i = \begin{cases} \infty \\ 1 \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

$$Z = Cx = \sum_{i=1}^n C_i x_i \rightarrow \min. \quad (7)$$

3. 分解原理による意決定プロセス

(6)(7)式を国と都市群の統合調整プロセスをシミュレートしながら解くためには、分解原理がきわめて有効である。(6)にスラック変数を導入し等号化し、(7)をカット、すなわちシステム除去負荷量最大化に変更することにより図2のような解法が得られる。この図から、解のプロセスが意決定のプロセスであり、つぎの3つの機能を有していることがわかる。すなわち、(1)国が各都市へ補助金を配分する機能、(2)各都市が土地利用区分を考慮しな

から下水道整備計画を作成する機能、(3)上記2つの機能を合目的に統合調整する機能、を有している。

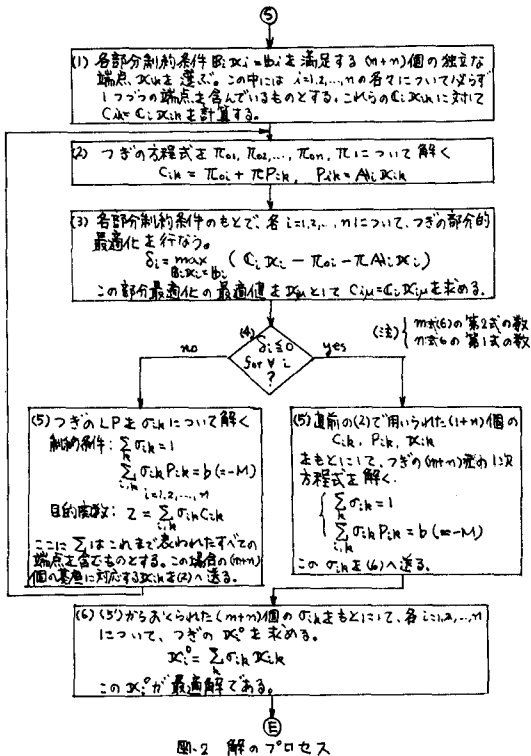


図2 解のプロセス

4. 数値解のプロセス

ここでは表1の入力データ(4, 3)による数値解のプロセスを示すことにする。

表1 入力データ

i	1					2					3					量
j	1	2	3	4	T	1	2	3	4	T	1	2	3	4	T	
1	18	20	50	50	142	18	20	20	250	137	137	80	200	1000	213	
2	15	5	5	10	80	100	5	10	5	120	200	20	10	20	250	
3	0.80	0.5	0.85	1.0		0.85					0.85					
4	0.01	0.02	0.02	0.04		"					"					
5	40	120	90	150		"					"					
6					10					20					40	
7					0.6					0.8					0.7	
8	150	150	50	20		0.8										
9	5 = 5 × 10 ⁻⁶					M = 400 (kg)					a = 0.04 (厘米/秒)					个/分