

(株) 日本水道コンサルタント 正員・藤原良巳
上智大学大学院経済学研究科 藤原清子

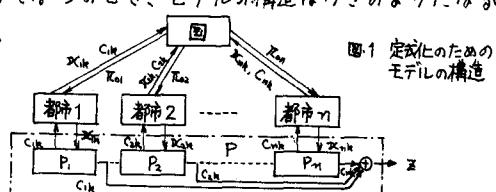
1. はじめに

下水道施設は公共水域の水質保全のための1つの操作変数と認識でき、時空間投資計画を、河川水質を状態変数として採用して、2点境界値問題として定式化できる。ことを明らかにした。しかし、ここで採用した操作変数は、きめ細かでなく、大規模システムのマクロ的合目的性追求にある程度有効であることを示したもののは、あくまで全体システムの計画主体の立場に立ち、さらに予算の制約を考慮外とした。しかしながら、現実の国都道府県・市町村は財政的にハイアーチ構造を有している。したがって、下水道整備計画モデルを行政体相互の調整を記述するよう作成することが重要であると思われる。本稿では以下国と都市群の2レベルシステムを考えることにする。

2. 問題の設定とモデルの定式化

「都市群は各自下水道の取入れ人口に対する普及率の目標値を有しているものとし、さらに各都市の下水道事業費を既知とする。また、都市群への国からの下水道事業費の補助金 $M = \sum M_i$ が決まっているものとする。このとき、上記の制約の下で、河川ができるかぎり美しくするためにには、国は、一体どのように M_i を決定し、かつ各々の都市は、自らの土地利用の特性を考慮した下水道整備を計画すべきか。さらに、この決定のプロセスにおける国と各都市の情報交換はどうあるべきか。」

以上が問題の設定で、われわれの目的が河川ができるかぎり美しくすることであったから、各都市の放出負荷量の総和を最小、したがって、カットの総和を最大にすればよい。このとき、モデルの構造はつきのようになる(図1)。



この図で、

$$X_k = (x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, \dots, x_{nk}), x_{ik} \geq 0, 0 \leq x_{ik} \leq P_i \quad (1)$$

が操作変数である。ただし、 x_{ik} : 都市 i の下水道投資額に対する国の補助金率、 x_{ik} : 都市 i の用途地域の下水道整備率、 C_{ik} : 操作変数として x_{ik} を選んだときの P_i の出力、ここではカットもしくは放出負荷量である。つまり、都市 i は、操作変数 x_{ik} と河川への放出負荷量がカット C_{ik} を国へフィードバックし、国から総合変数 π_{ik} (補助金率の関数)をコードネイトされ、再び x_{ik+1} を選択して、 C_{ik+1} を求めて、この2つの情報を国へフィードバックすることになる。以下、モデルの定式化を行なう。

(A) 目的関数(放出負荷量最小化)

$$L = \sum_{i=1}^n \{ f_{ij} l_{ij} (1-x_{ij}) S_{ij} + e g_{ij} x_{ij} S_{ij} \} \rightarrow \min. \quad (2)$$

(B) 制約条件

$$\sum M_i \leq M, M_i = I_i x_{1i} \dots \text{補助金の制約} \quad (3)$$

$$a_i \sum_{j=1}^n x_{ij} S_{ij} \leq (1+x_{1i}) I_i, i=1, 2, \dots, n \dots \text{整備面積の制約} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^n e g_{ij} x_{ij} S_{ij} \geq P_i \pi_{ik}, i=1, 2, \dots, n \dots \text{普及率の制約} \quad (5)$$

ここで、 S_{ij} : 流速率、 l_{ij} : 洪溢負荷量(ton/ha)、 S_{ij} : 面積(ha)、 g_{ij} : 排水量($\text{m}^3/\text{ha}\cdot\text{日}$)、 e : 处理場の放流水質(ton/m^3)、 M : 国の総補助金(億円)、 I_i : 都市 i の下水道事業費(億円)、 a_i : 下水道整備単価(億円/ ha)、 E_{ij} : 人口密度($\text{人}/\text{ha}$)、 P_i : 人口(人)、 π_{ik} : 計画目標下水道普及率である。つぎに、 $d_{ij} = (e g_{ij} - f_{ij} l_{ij}) S_{ij}$ として、 $A_{ik} = [I_1/a_1 - S_{11} - S_{12} \dots - S_{1n}], b_{ik} = [-I_1/a_1], B_{ik} = [I_2/a_2 \dots S_{21} - S_{22} \dots - S_{2n}], b_{ik} = [-I_2/a_2], \dots, A_{nk} = [-I_n/a_n \dots 0], B_{nk} = [-M 0 \dots 0], C_{ik} = [0, d_{1k} \dots d_{nk}]$ とおけば、(1)~(4)式はつきのように書ける。

$$B_k X_k \leq b_k, \quad i=1, 2, \dots, n$$

$$\sum A_{ik} X_k \leq b_k, \quad 0 \leq X_k \leq \max_k \bar{x}_k, \max_k \bar{x}_k = \left(\max_{i=1}^n \frac{b_k}{A_{ik}} \right) \quad (6)$$

$$Z = C_k X_k \rightarrow \min. \quad (7)$$

3. 分解原理による意志決定プロセス

(6)(7)式を国と都市群の統合調整プロセスをシミュレートしながら解くためには、分解原理がきめ細かで有効である。(6)にスラッシュ変数を導入し等号化し、(7)をカット、すなわちシステム除去負荷量最大化に変更することにより図2のような解法が得られる。この図から、解のプロセスが意志決定のプロセスであり、つきの3つの機能を有していることがわかる。すなわち、(1)国が各都市へ補助金を配分する機能、(2)各都市が土地利用区分を考慮しな

が下水道整備計画を作成する機能、(3)上記2つの機能を合目的に統合調整する機能、を有している。

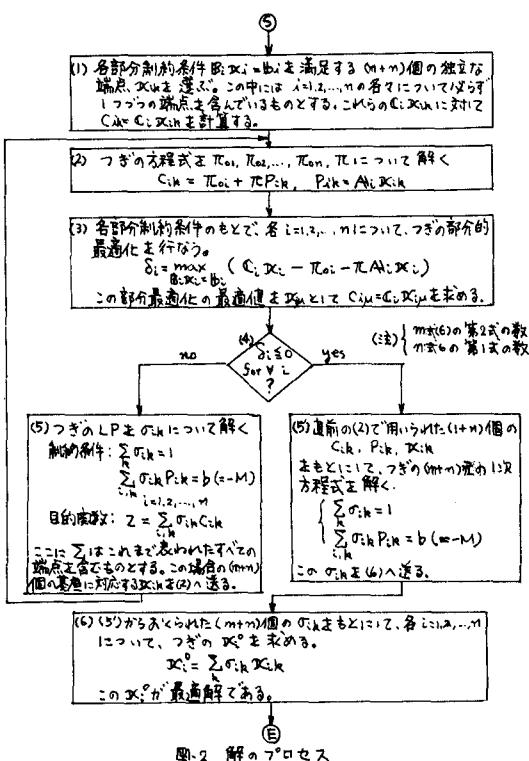


図2 解のプロセス

4. 数値解のプロセス

ここでは表1の入力データ ($r=4, m=3$) による数値解のプロセスを示すことにする。

表1 入力データ表

| i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|--------------------|------|------|------|-----|-----|
| S_i | 100 | 20 | 1000 | 300 | 400 | 600 |
| P_{1i} | 15 | 5 | 50 | 10 | 60 | 100 |
| P_{2i} | 0.001 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | | |
| P_{3i} | 40 | 100 | 90 | 150 | | |
| P_{4i} | 10 | | 20 | | 40 | 100 |
| E_i | 25 | 50 | 20 | | 0.6 | 0.8 |
| e | 5×10^{-5} | | | | | |
| M | 40 (都市) | | | | | |
| a | 0.04 (基準/ha) | | | | | |

(注)このデータは参考文献5より作成した。

(1) 初期実行可能解: これは (6)式の第1式に人工変数を用いたLPを解くことにより、 $i=3 (=n)$ 個求め、 $i=1, 2$ の独立な端点を求める(図2-(1))。これより、初期実行可能解は2つ得られ、図3、図4のようになる。これら2つの解は、名前41.5, 89.96

(2) 第1回修正案: 図2の(2)より元、 P_{1i} を得、この結果、国が各都市に、つきのような目標カット量を指示する。すなへど、補助金率の係数、 $-1.92+11X_{10}$, $-1.46+23.32X_{20}$, $1.47+47.64X_{30}$ である。これらは図2の(3)の部分的最適化の $-P_{1i}-P_{2i}-P_{3i}$ に該当する。したがって、当然のことながら、各都市は補助金を少めに得ようとし、図2の修正案を得る。各都市は、国から補助金をうければうけほど、カットを増大しなければならないため、図2では図3、図4に比べてMがきめで小さくなっている。

(3) 第2回修正案: (2)の案ではM=26.8億円で余裕があり、 $\delta_i > 0$ で最適性の条件を満たしていない。それで、国は今まで提出された各市の案を複数(図2の(5))し、新たな各市の目標カット量を指示する(図2の(2))。これらは、 $-1.92+11X_{10}$, $-0.42+21.7X_{20}$, $4.60+44.1X_{30}$ で、これは前回より補助金率の係数が小さくなっている。こうして各市が最適化をはかり図6を得る。これが第2回修正案で、このとき、最適性の条件を満足している。

(4) 最適解: 今までの各市の案を調整し図7の最適解を得る(図2-(6))。

5. おわりに

(6) (7)式は、普通のシンプソン法で解けるわけであるが、分解原理による解法は、国と都市の情報交換をシミュレートし、計画作成プロセスを明らかにする。この意義は、制御理論が出入力解析から状態方程式による解析へ移行して行なうことと等価と思われ、今後、最適化による計画作成の内部情報を抽出する可能性を本稿では示した。計画がdesignとplanningの概念の間で困惑している今日、本稿のような計画プロセスの分析モデルを積み重ねることが重要と思われる。なお、本稿では示さなかったが、国の補助金の限界効用は、各都市の事業費に対して追加的なものでなければ意味がないことを断つておく。

参考文献

- 堤・大内・中村: 第9回衛生工学研究討論会(1973), 2) 建設省: 下水道整備計画システム分析的研究調査報告書(1973).
- Dantzig: Linear Programming and Extensions, Princeton Univ. Press, (1963).
- 用根康次: 數理計画法Ⅱ, 岩波基礎工学6 (1968).
- 和田: 管理組合の下水道整備計画における技術ハンドルと環境基準達成の基礎的研究, 方面整備計画システム分析的研究調査報告の概要, 下水道協会(1972).
- 小山昭雄: 線型計画法入門, 日経文庫(1966).