

(株) 日本水道コンサルタント 正員 萩原良巳
(株) 日本水道コンサルタント 正員 〇奥 孝彦
(株) 日本情報サービス 辻本善博

1. はじめに; 通常の水域での水の挙動は乱流であり, その構成は大小の渦の有長であると考えられる。本考察では, 海域においてこれらの渦と汚濁濃度分布・拡散状況との間に何らかの関連性を見い出すことを目的とする。方法として, 従来の直交系潮流・拡散方程式シミュレーションシステムを極座標変換し, 渦度と流れ関数による渦方程式-拡散方程式シミュレーションシステムを導入する。これにより事例を通し汚濁拡散数値計算を行ない, その結果から渦度と汚濁濃度分布・拡散性状との関連を考察しようとするものである。

2. 基礎式; 渦方程式を導くための原式として, ナビエ-ストークスの式, 連続方程式, 流れ関数, および渦度を用いる。尚, 本考察では2次元解析を行なうものとする。これらの式を極座標変換すれば以下になる。

$$\frac{\partial U_r}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\nabla^2 U_r - \frac{2}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} - \frac{U_r}{r} \right) \quad \dots (1) \quad \text{ただし, } U_r, U_\theta: r, \theta \text{ 方向流速}$$

$$\frac{\partial U_\theta}{\partial t} + U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r U_\theta}{r} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu \left(\nabla^2 U_\theta + \frac{2}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta}{r} \right) \quad \dots (2) \quad \rho: \text{密度, } p: \text{外圧}$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad \dots (3) \quad U_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}, U_\theta = \frac{\partial \psi}{\partial r} \quad \dots (4) \quad \nu: \text{動粘性係数}$$

$$S = \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} + \frac{U_\theta}{r} \quad \dots (5) \quad (\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}) \quad \psi: \text{流れ関数, } S: \text{渦度}$$

(5)式に(4)式を代入すると渦度と流れ関数の関係式が出来, $S = \nabla^2 \psi$ (6)である。次に(1)(2)式に(4)(5)式を代入し両式からP項を消去した後, (6)式を代入すれば渦方程式が得られる。

$$\frac{\partial S}{\partial t} + U_r \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} = \nu \nabla^2 S \quad \dots (7)$$

(7)式は, 海域の水平方向水深勾配・潮位変化を無視した場合であるが, これを入れた場合は以下になる。(h: 水深, η : 潮位)

$$r(k+\eta) \left\{ \frac{\partial S}{\partial t} + U_r \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial S}{\partial \theta} - \nu \nabla^2 S \right\} + rS \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial t} + U_r \frac{\partial (k+\eta)}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial (k+\eta)}{\partial \theta} - \nu \nabla^2 (k+\eta) \right\} + U_r S(k+\eta) \\ = 2\nu \left\{ (k+\eta) \frac{\partial S}{\partial r} + r \frac{\partial (k+\eta)}{\partial r} \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (k+\eta)}{\partial \theta} \frac{\partial S}{\partial \theta} + S \frac{\partial (k+\eta)}{\partial r} + \frac{S}{2r} (k+\eta) \right\} \quad \dots (8)$$

(3)式について, 潮位時間変動, 河川等からの流入流量がある場合には, 以下になる。(q: 単位時間流入流量)

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + U_r \frac{\partial (k+\eta)}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial (k+\eta)}{\partial \theta} = q \quad \dots (9)$$

筆者らは, 後述する仮定に基づき, (4)(5)(6)(8)(9)式を差分化して使用し図-1に示す手順により渦度・流速を時間ステップ毎に計算していく。(8)式の左辺第2{ }内の左方3項は(9)式によりqに置き換えられる) これらの結果を次の拡散方程式に適用し, 海域汚濁解析を行なうものである。上述と同様に拡散方程式を極座標変換すると以下になる。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U_r \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} = D \nabla^2 C - \lambda C + \alpha S_0 \quad \dots (10)$$

ただし, C: 汚濁濃度, λ : 自浄係数, S_0 : 投入量, α : 汚濁荷係数, D: 拡散係数(等方性)

3. 計算手法; 本考察は, 以下の仮定に基づき上述基礎式を差分化し, 渦度・流速-汚濁拡散の形式でシミュレートする。[仮定] (i) 対象海域は極格子により表現される。(ii) 水深変化は同一格子内ではないものとし, 各格子が各々一定の平均水深をもつものとする。(iii) 渦方程式(8)中の粘性項は, $\nu = 1.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ 程度であり, また計算の複雑さを避けるために除いた。(iv) 河川流入により海域流速の変化は受けけないものとする。(v) 汚濁物質は同一格子内では均等に混合され, 拡散されるものとする。

(vi) 本モデルでは風波や海底摩擦等による外力, および重力場の影響・コリオリ力などを受けけないものとする。(vii) 海の自浄作用はないものとする。計算法の概要としては, 差分は(6)式を除き全て陽形前進型を採り, (6)式については差分式を連立一次方程式に変換して,

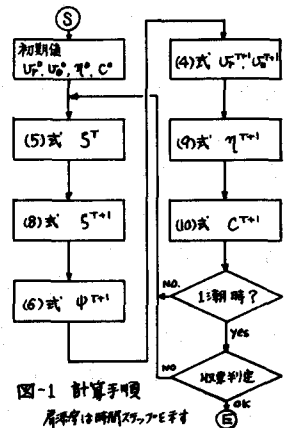
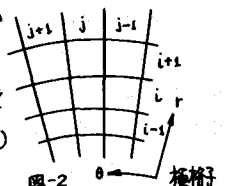


図-1 計算手順
各ステップは時間ステップ毎



SOR法により計算する。

4. モデルの設定・初期値・境界値； 対象モデルとして実海域をとり， Γ 方向1 km， θ 方向5°で入江・岬・島等の地理的條件を実際の状況に出来るだけ近く取り入れた。細かい地形については，当該格子の50%以上占める領域を採用した。尚，モデルの考察対象領域として初期値と境界値の影響を大きく受ける湾奥部については除き，湾口付近とその周辺部とした。計算条件として，初期流速はモデル海域の上げ潮最強時データを使用し，初期潮位については初期流速と同潮時の実測データを使用した。湾口における潮位変動・流速変動は，各々 $\eta = a \sin(\frac{t}{21600}\pi)$ ， $V = b \cos(\frac{t}{21600}\pi)$ として強制値を与えた。(a, b; 振幅, t; 秒) 陸部境界値として，流速・渦度は前段階の隣接海域の値をとった。流れ関数の境界値は，(4)式から微小区間の流れ関数値差は，この区間の流量に等しく，このことを利用して湾口において図-3のように扱い，各境界へ値を割り振った。これは単位深さについての論議であるが，後述する理由から水深勾配の影響を少なくしていることによりこの仮定を採用した。尚，中の点については初期流速から得られる流線により定め，湾内では経路決定は行なわない。

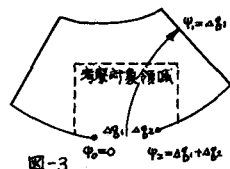


図-3

5. 演算結果と考察； 渦度・流速計算を行なう際，水深隣接格子間の水深勾配がその結果に大きく影響し，とくにギャップがある場合など著しい。筆者らは，その点に留意しつぎの4ケースの計算を行なった。(i)計算対象格子の水深は考慮に入れるが， $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ ， $\frac{\partial \eta}{\partial \theta}$ については無視する。(ii)基礎式を前進型としてそのまま計算する。(iii) $\frac{\partial \eta}{\partial t}$ ， $\frac{\partial \eta}{\partial \theta}$ の差分項を算術平均とする。(iv)水深勾配を前方，後方の幾何平均値より求める。渦度値が水深勾配に影響を受けていることが，水深図と比較すると勾配の大なる部分でその絶対値が大きくなる所が多いことで知られる。これは，流速の急激な変化(値・方向)を受け擾乱が起こるためだろう。5の値が上げ潮・下げ潮最強時ではほぼ逆転しているのは，流れの向きが反転することで示される(5)式)。

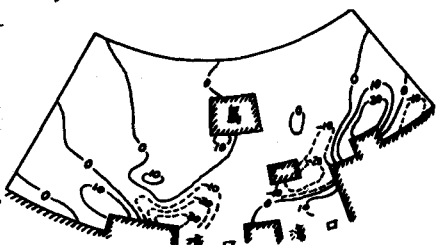
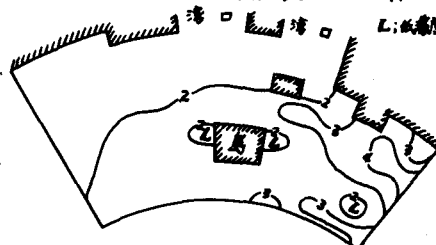


図-4. 上げ潮最強時等渦度線

Cの値が下げ潮の場合，高濃度領域が流れに従い湾口へ広がり，上げ潮の時はその逆の様相が見られる。これは，Cには移流が大きく作用していることが示されている。C分布の特長として，上げ潮・下げ潮・低潮時に湾中央部の島の左右に低濃度が表われ，高潮時にこの島の下部左側に高濃度が表われる。また，湾口の島では，湾口と反対側で高濃度が右湾奥側から進退している。これは，この部分にははっきりした渦度値の特長はとらえられないが，湾口の島の周りでは特に湾口側に上げ潮・下げ潮時に値の大きな渦度が発生していることから，何らかの作用があるのではないと思われる。また，湾中央の島の下部には上げ潮最強時に大きな渦度値が表われ，高潮時にはこの部分に高濃度が発生していることも前述のことを示唆していると思われる。図-4, 5に同潮時における渦度分布と濃度分布の一例を掲げておく。

図-5. 上図同時刻 濃度分布 COD ppm



6. おわりに； 筆者らの最初の目的であった渦度・汚濁濃度分布・拡散性状の関連性について，具体的な方向づけを示すものは得られなかった。結果からみれば，濃度変化は移流に起因されることを示し，(10)式の検証となった。しかし，島の周りにみられる濃度分布・変化と，この付近の渦度値の変化とは何らかの関連性が示唆されているのは前述のとおりである。今後の課題として，5と6の物理的な関連の意味づけを通し，それを求めるため数値実験の繰り返しが必要だろう。それには，各初期値の再検討，境界値の選定，とくに流れ関数の扱いに河川流入などを含めて進めていかねばならない。また，渦のもつ力学的な力(向心力，垂直力等)の検討が汚濁濃度分布との関連の中でなされなければならないだろう。

参考文献； 1) 佐友恒「水質の工学的手法」548.4， 2) 石原藤次郎「水工水理学」547.6