

京都大学 工学部 正会員 末石昌太郎
 京都大学 工学部 正会員 住友 恒
 川崎重工 正会員 ○ 八木俊策

1. はじめに

二層境界面における水質混合現象は、一般に、乱れや内部波によって説明されることが多い。筆者らはこの混合現象を渦によっても説明しうるものと考えて考察をすすめているが、本研究はその一環として、特に、顕著な渦が発生している二層境界面での水量・水質の交換について考察を加えたものである。

2. 理論的考察

2-1 水質交換の定量化を目的とした渦のモデル化

水平方向二層境界面における水質物質の移動量を推定するため、図-1に示すような境界上の渦列を仮想し、その単一渦について、図-2に示すモデル化を試みる。すなわち渦は内部渦度の半径方向の拡散と渦周辺の流水との両作用により、渦と外部流の境界に層流境界層を形成すると考える。その境界層の一部が渦の後部で渦内へ取り込まれ、一部が境界層のはくりにより渦から分裂すると仮想的に考える。前者が渦径の増加、後者が物質移動に關与すると想定していることになる。そして、水質は水流に追従するとし、まず境界層内へ入った後、一部が渦内へ取り込まれ、一部が反対領域へ放出されると考える。

取り込まれる部分の厚みを δ_1 とすると、層流境界層の理論より δ_1 はつぎのように表わせる。すなわち、

$$\delta_1 = C_1 \sqrt{\nu t} \quad (1) \quad t = \frac{C_2 a}{u} \quad (2)$$

ここに、 ν は動粘性係数、 a は渦径、 u は渦中心に対する外部流の流速、 t は水粒子が渦前方のよどみ点から後部の取り込み位置まで移動するのに要する時間、 C_1, C_2 は定数。

また、単位時間あたりに渦内へ取り込まれる水量は、 u に比例すると考え、つぎのように表わせるものとする。

$$\frac{dV}{dt} = A \frac{d(a^2)}{dt} = C_3 \delta_1 u = C \sqrt{\nu a u} \quad (3)$$

ここに、 V は渦糸単位長さあたりの体積、 A, C_3 は定数、 $C = C_1 \sqrt{C_2 C_3}$ で定数。

一方、渦に關する循環 Γ 、流体力積 I 、はつぎのように表わせる。

$$\Gamma = \alpha a u \quad (4) \quad I = \beta \Gamma a = \alpha \beta a^2 u \quad (5)$$

ここに、 α, β は補正係数で、 $\alpha = \oint \vec{v} \cdot d\vec{r} / a \cdot u$ 、 $\beta = \frac{1}{2} \rho \oint \vec{r} \times \vec{v} \cdot d\vec{r} / a \cdot \oint \vec{v} \cdot d\vec{r}$ である。¹⁾

ここで、渦による渦度の放出作用に対して、渦の流体力積の定数的減少を仮定すると、つぎようになる。

$$\frac{dI}{dt} = \alpha \beta \frac{d(a^2 u)}{dt} = \gamma \quad (6) \quad \text{ここに、}\gamma\text{は定数。}$$

以上、③式、⑥式が、渦径 a および、渦中心に対する外部流流速 u に關する基礎方程式である。

いま、 a, u が流下時間 t の指数関数で近似されるとし、

$$a \sim t^m, \quad u \sim t^n \quad (7)$$

とおくと、次元解析により、 m, n が決まり、つぎようになる。

$$a \sim t^{\frac{1}{2}}, \quad u \sim t^{-\frac{1}{2}} \quad (8)$$

2-2 水量・水質交換量の表示

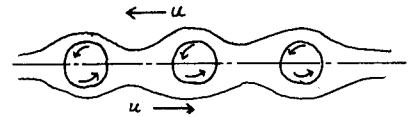


図-1. ニ層境界面の模式図

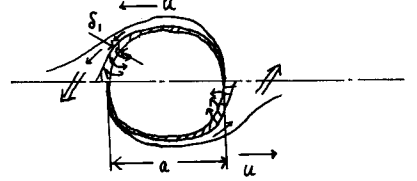


図-2. 境界上の単一渦のモデル化

渦による流体塊の放出が、水量・水質の交換に関与すると考えたが、放出量 V_0 も取り込み量と同様に考え、また交換速度 g も、渦中心間の、水量・水質の平均移動速度と定めると、つぎのように表わせる。

$$g = \frac{1}{L} \frac{dV_0}{dt} = \frac{K}{L} \sqrt{VAU} \quad (1)$$

また、 L および U については、つぎのように表わてる。

$$Ln = U_0, \quad U = U_1 - U_0 \quad (2)$$

ここに、 n は単位時間あたりの渦の発生数、 U_0 は渦中心の移動速度、 U_1 は主流流速、

$$\text{したがって、} \quad g = \frac{Kn}{U_0} \sqrt{VA(U_1 - U_0)} = K' \sqrt{VA(U_1 - U_0)} \quad (3) \quad \text{ここに、} K' = \frac{Kn}{U_0} \text{で定数。}$$

$$\text{また、} \quad g \sim t^{\frac{1}{2}} \quad (4) \quad \text{となる。}$$

ところで、二層境界面形成直後、たとえば、珂川合流直後などにおいては、渦径 d 、渦発生数 n は、主として地形的な代表長さ、代表速度に支配されると推察される。これらの関係は、現在明らかではないが、渦径がレイノルズ数 Re の関数になるものと考え、ひとまず式(3)なる近似表示を行ない、ストローハル数 St を式(3)により導入する。

$$\frac{d_0}{d} \cong d^* Re, \quad Re = \frac{dU}{\nu} \quad (5) \quad St = \frac{\pi D}{U_1} \quad (6)$$

ここに、 d_0 は境界面形成直後の渦径、 d は渦径を支配する代表長さ、 d^* は定数、 n は渦発生周波数、

D は渦発生を支配する代表長さ、

$$\text{結局、式(3)、式(6)より次式をえる。} \quad g = K \sqrt{d^*} \beta^* \frac{g}{D} St (U_1 - U_0) \quad (7)$$

$$\text{ここに、} \beta^* = \xi \sqrt{\xi(1-\xi)}, \quad \xi = U_0/U_1 \text{ で } \beta^*, \xi \text{ は定数。}$$

Keulegan は、境界面における水質の交換速度を次式で表わしているので、式(7)との対比から、いくつかの興味ある結果を示唆しうるものと考ええる。

$$g^* = K^* (U^* - U_{0c}) \quad \text{ここに、} K^* \text{ は定数、} U_{0c} \text{ は混合の始まる限界流速、} U^* \text{ は相対流速。}$$

特に、Keuleganの提示した定数 K^* が、境界面形成領域の地形条件、ないしはストローハル数で表わしうる可能性を示しているのが一つの特徴である。

3. 実験結果と理論の検証

実験対象として、長さ4m、中1mの水槽内にアルミ板のノッチを
設定し、ノッチ端より下流側に発生する渦列を伴う水平方向二層境界面における水質物質の移動に注目した。水流は熱線式流速計で実測し、流速変動値の自己相関、スワクトル密度から渦径を定量化するとともに、境界面の直角方向に移行する水質物質量(NaCl)を白金電極により定量化した。その結果の一部を、図-4、図-5、図-6に示したが、これは、式(3)、式(6)の結果と良好に合致している。これから理論的考察の妥当性が、ひとまず検証されたものと考ええる。

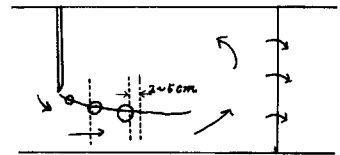


図-3 水槽内流動状態と測定検査面(破線)

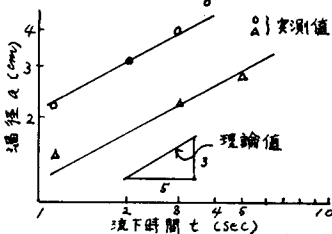


図-4 流下時間に対する渦径の変化

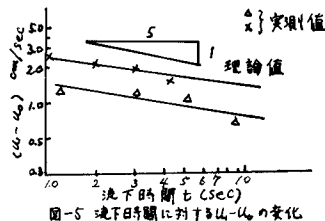


図-5 流下時間に対する $U_1 - U_0$ の変化

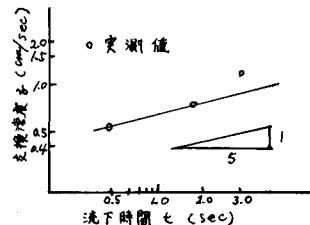


図-6 流下時間に対する交換速度の変化

4. おわりに

本研究は、二層境界面における水質混合の機構を解明するために、境界上に渦列を仮想して理論的に考察し、ついで実験的検証を加えたものであり、これにより境界面における水質混合がある程度記述できるものと考ええる。これは、乱れや内部波による説明とは別の新しい解釈であり、今後さらに詳細な検討を加えてゆく予定である。

(参考文献) 1. 八木俊策:「境界面における渦による水量水質交換について」1974 京都大学修士論文。