

1. はじめに 一般河川へ流入する汚染物質は、その水域内で物理的・化学的・生物化学的に変化を受ける。すなわち、水質量は微生物などの自浄作用・吸着作用・その他複雑な化学反応(酸化・還元・中和、それに伴う沈殿生成やコロイド生成)により、質的にも量的にも変化を受けつつ希釈、拡散していく。したがって、単に水質物質の希釈、拡散、混合だけでなく、それに化学反応を考慮することは汚濁現象解明の一歩となる。本研究においては、互いに反応する水質物質を含む二層流を作り、その境界面付近における水質、速度のスペクトルを求め、乱流下における化学反応について理論的及び実験的考察を試みる。

2. 基礎方程式による考察 一般に水質流の基礎式としては一次元の場合、次式が採用されることが多い。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(UC) = \frac{\partial}{\partial x}(D \frac{\partial C}{\partial x}) + F \quad (1)$$

ここでは反応は一次反応あるいは擬一次反応と考え、 $F = -kC$ とする。ただし、 $k$ は反応速度定数である。式(1)において、速度( $U$ )及び濃度( $C$ )を平均量( $\bar{U}, \bar{C}$ )と乱れ量( $u', c'$ )に分けると簡単に式(2)が導かれる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{C}^2 g_s) - 2\bar{C}^2 u' \left[ \frac{\partial g_s}{\partial x} + \frac{\partial K_s}{\partial x} \right] = 2D \bar{C}^2 \left[ \frac{\partial^2 g_s}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial g_s}{\partial x} \right) \right] - 2k \bar{C}^2 g_s \quad (2)$$

$$g_s = \frac{\bar{C}'(x) \bar{C}'(x+y)}{\bar{C}^2} \quad K_s = \frac{\bar{C}'(x) \bar{C}'(x+y) u'(\alpha)}{\bar{C}^2 \sqrt{U^2}}$$

式(2)をスペクトルを用いて表現すると式(3)となる。

$$\frac{\partial E_s}{\partial t} - T_s = -2DK^2 E_s - 2k E_s \quad (3)$$

ここで、 $E_s$ は水質スペクトル、 $D$ は分子拡散係数、 $K$ は波数を表わす。式(3)より、水質スペクトルの時間変化は拡散により減少される部分と化学反応により消費されるスペクトル部分の和と、慣性により輸送されるスペクトルとの差である。拡散係数と反応定数のオーダーが同じ程度である場合、右辺2項の相対的比較からも明らかのように、波数の大きな領域においてはスペクトルの減少を拡散が支配し、波数の小さな領域においては化学反応が支配する。ところが、Heisenbergの慣性項に対する仮定を考慮すると式(4)が得られる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^K E_s dK = -2(D + \bar{\epsilon}) \int_0^K K^2 E_s dK - 2 \int_0^K k E_s dK \quad (4)$$

$$\bar{\epsilon} = \beta \int_0^{\infty} \left( \frac{E(K)}{K^3} \right)^{\frac{1}{2}} dK \quad (\bar{\epsilon} \text{は乱流拡散係数}) \quad (5)$$

式(5)においては Reynolds 相似が仮定され、渦動粘性係数と乱流拡散係数が同様なものとして考えられているので、反応を伴う場合、このまま受け入れるのはやや問題を残すが、ここではひとまず式(5)の表現を採用する。

式(4)の解を得るために、一種のスケールを表わすものとして $\alpha$ を次

式のように定義して、導入する。

$$\int_0^K K^2 E_s dK = \frac{1}{\alpha^2} \int_0^K E_s dK \quad (6)$$

$\alpha$ は $K$ の極限領域において、 $\alpha \approx 0.4 \lambda_s$  ( $\lambda_s$ は水質のマイクロスケール)なる関係をもつ。式(6)を式(4)に代入すれば、式(7)を得る。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^K E_s dK = [-2(D + \bar{\epsilon}) \frac{1}{\alpha^2} - 2k] \int_0^K E_s dK \quad (7)$$

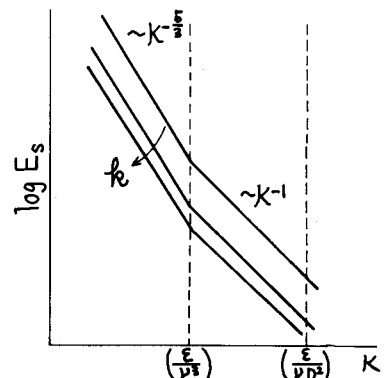
式(7)を $E_s$ について解くと、次式となる。

$$E_s = Y_0 \cdot \frac{1}{\alpha^2} \exp \left[ \left\{ -2(D + \bar{\epsilon}) \frac{1}{\alpha^2} - 2k \right\} t \right] \quad (8)$$

式(8)から明らかなように反応を伴う場合の水質スペクトルは

$[-2(D + \bar{\epsilon}) \frac{1}{\alpha^2} - 2k]$ に依存する。式(8)において、 $t \propto K^{-m}$ と表わせるとすれば、 $[-2(D + \bar{\epsilon}) \frac{1}{\alpha^2} - 2k]$ が波数に無関係な領域において式(9)を得る。

図-1



$$E_s = \varphi_0' [-2(D+\bar{\varepsilon}) \frac{1}{\alpha} - 2k] K^{-n-1} \exp\{[-2(D+\bar{\varepsilon}) \frac{1}{\alpha} - 2k] K^n\} \quad (9)$$

また、式(3)の解について、Corrsinは卓越する項を考慮して式(10)、式(11)を導入している。その概形を図-1に示す。

$$E_s \approx BK^{\frac{2}{3}} \exp\{3k\bar{\varepsilon}^{\frac{1}{3}} K^{-\frac{2}{3}}\} \quad \text{〈慣性領域〉} \quad (10)$$

$$E_s \approx NK^{-(1+\frac{1}{3}n)} \exp\{2(\frac{k}{\alpha})\} \quad \text{〈粘性領域〉} \quad (11)$$

図-2 実験水路

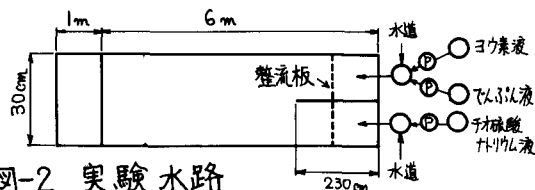
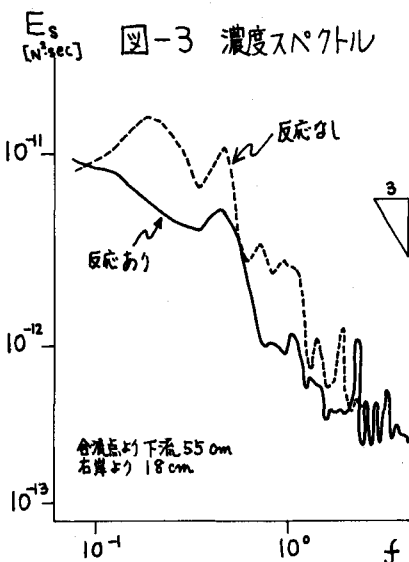
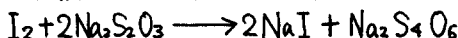


図-3 濃度スペクトル



3. 実験及びその結果 実験に用いた水路の概略を図-2に示す。ヨウ素液とでんぷん溶液を混合したもの、チオ硫酸ナトリウム溶液とで二層流を作り、定常にした。流速はホットフィルム流速計を使用し、濃度は光電型濃度計により、でんぷんを指示薬としてヨウ素の濃度変化を連続的に測定した。流速計・濃度計による測定量はデータレコーダーに記録し、AD変換器により数値化して最終的に電子計算機によって処理し、乱れ量の解析に用いた。スペクトル計算はTukey Blackmanの方法を用い、Hanning法をほどこした。測定点は、合流部から下流方向 30cm, 55cm, 62cm の3断面。それぞれの断面では右岸から 10cm, 12cm, 14cm, 16cm, 18cm の各点である。この実験における基礎反応は次式で表わされる。



反応がある場合、反応を伴わない場合について得られた水質スペクトルの一例を図-3に示す。図からも明かなように、 $-5/3$ 乗則の

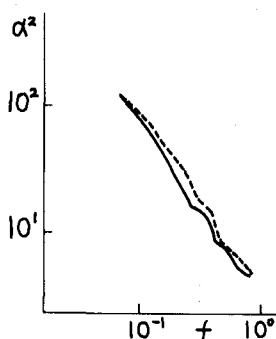
成立が認められる。これは式(10)の検証となり、また式(9)において、 $n=2/3$ のときに相当する。すなわち、このとき式(8)における  $\tau \propto K^{-2/3} E^{-1/2}$  と表現していることになり、これはCorrsinの特性時間と全く一致する。したがって反応がある場合の水質スペクトルは次式のように表わし得ると考えられる。

$$E_s = \varphi_0' [-2(D+\bar{\varepsilon}) \frac{1}{\alpha} - 2k] K^{\frac{2}{3}} \exp\{[-2(D+\bar{\varepsilon}) \frac{1}{\alpha} - 2k] K^{\frac{2}{3}}\} \quad (12)$$

式(12)はCorrsinの示した慣性領域のスペクトル形とほぼ一致する。

図-3に示したスペクトルをもつ場合の  $\alpha^2$  と  $f$  の関係を図-4に示す。図から  $\alpha^2 \propto K^{-1} m f (k)$  という関係が成立すると予想される。 $\alpha^2$  が濃度と反応定数で完全に記述できれば、水質スペクトルの形はより明瞭になってくるであろう。

図-4  $\alpha^2$  と  $f$  の関係



4. おわりに 反応を伴う水質場の本質を見極めるためには、速度場・水質場・反応場の3つを相互に関連づけて見ていく必要がある。たとえば、先に述べた  $[(D+\bar{\varepsilon}) \frac{1}{\alpha} + k]$  のようなパラメータと水質スペクトルとの定量的な関係を見出すこと、また反応定数をなんらかの乱流パラメータの関数として表わすことなどはこれからの研究の一つの方向を与えると思われる。本研究では光電型濃度計の精度などの問題があつてほとんど定量的な把握はできなかったが、今後、上に書いた方向で研究を進めていきたいと考えている。最後に、本研究において全般的な指導をいただいた末石富太郎教授、光電型濃度計の製作について多大なる助言をいただいた鳥取大学野田教授に深く感謝の意を表する。なお本研究は文部省試験研究 985091 の研究成果の一部である。

参考文献

<1> R.S. Brodkey (1967) Mixing  
<3> 小倉 義光 (1955) 大気乱流論  
<5> 寺岡 忠嗣 (1974) 京都大学 卒業論文

<2> S. Corrsin (1961) J. Fluid Mech 11  
<4> 今本 博雄 (1971) 開水路流れの乱れに関する物理学的研究