

II-211 成層流体中への水平噴流

東京工業大学工学部 正会員 吉川秀夫

東京工業大学工学部 正会員 池田駿介

東京工業大学大学院 学生員 ○川村幸生

1. まえがき

密度勾配の在る静止した流体に水平噴流が流入した時の現象の中で、密度勾配が比較的微小で、噴流と静止流体の密度差が比較的大きい場合について、噴流の軸の軌道と上昇限界を解析した。また、実験を行い数値計算の妥当性を検討した。

2. 基礎式

基礎式は、噴流内部での流速と密度を一様と仮定し、噴流の軸に直交する面で積分した量についての近似的な体積連続の式、軸の接線方向の運動量保存の式、軸の法線方向の運動量保存の式、および質量保存の式である。

$$\frac{d}{ds} (\rho^2 U) = 2\alpha \rho U \quad (1)$$

$$\frac{d}{ds} (\rho \rho^2 U^2) = 2g(\rho_a - \rho)(\lambda \rho)^2 \sin \theta + \int_0^\infty \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} 2r dr \quad (2)$$

$$\rho \rho^2 U^2 \frac{d\theta}{ds} = 2g(\rho_a - \rho)(\lambda \rho)^2 \cos \theta \quad (3)$$

$$\frac{d}{ds} (\rho \rho^2 U) = 2\rho_a \alpha \rho U - \int_0^\infty \frac{1}{r} \frac{\partial(r\overline{\rho' u'})}{\partial r} 2r dr \quad (4)$$

ここに、 ρ は噴流の振がり中、 U は軸方向流速、 ρ_a は噴流内の密度、 ρ_a は静止流体の密度、 τ はレイノルズ応力、 $\overline{\rho' u'}$ は質量変動の時間平均、 α は連行係数、 λ はシュミット数、 g は重力加速度である。

(2) と (4) の右辺第二項は、実際は無限大まで積分すれば 0 になるが、今回の解析では流速と質量欠損を矩形分布にした事を補正するための項として (5) と (6) の値を代入した。これは、二項が渦動粘性係数に軸方向流速の r 方向変化率をかけて $2r$ 倍した形と渦動拡散係数に密度の r 方向変化率をかけて $2r$ 倍した形であるから、補正する量として自由噴流の渦動粘性係数、渦動拡散係数に U/ρ 、 $(\rho_a - \rho)/(\lambda \rho)$ と 2ρ をかけた値を使えるであろうという仮定による。

$$\int_0^\infty \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} 2r dr = -2\rho K \rho U^2 \quad (5)$$

$$\int_0^\infty \frac{1}{r} \frac{\partial(r\overline{\rho' u'})}{\partial r} 2r dr = -2K(\rho_a - \rho)(\lambda \rho) U \quad (6)$$

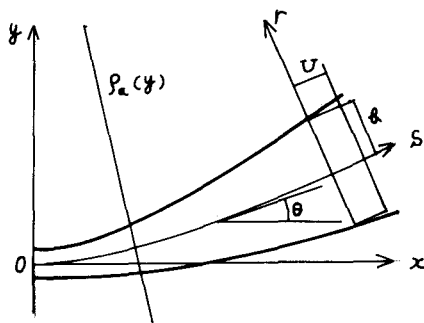
ここに、 K は自由噴流の渦動粘性係数を決める場合に使う係数である。

一般に密度勾配が在る場合には、 α はリチャードソン数により変化するが今回の解析では密度差の運動量への影響が α への影響より大きい状態であると考えられるので、これを定数とした。

(1), (2), (3), (4) と (5), (6) を $\frac{dU}{ds}$, $\frac{d\rho}{ds}$, $\frac{d\theta}{ds}$, $\frac{d\rho}{ds}$ について解くと (7), (8), (9), (10) を得る。

$$\frac{dU}{ds} = \frac{2}{\rho \rho^2 U} \left\{ g(\rho_a - \rho)(\lambda \rho)^2 \sin \theta - \left\{ \rho_a + \lambda(\rho_a - \rho) \right\} K \rho U^2 - \rho_a \alpha \rho U^2 \right\} \quad (7)$$

図1 座標系のとり方



$$\frac{dR}{ds} = \frac{1}{\rho R U^2} \left[(\rho_a + \rho) \alpha R U^2 - g (\rho_a - \rho) (\lambda R)^2 \sin \theta + \{ \rho_a + \lambda (\rho_a - \rho) \} K R U^2 \right] \quad (8)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{2}{\rho R^2 U^2} (\rho_a - \rho) g (\lambda R)^2 \cos \theta \quad (9)$$

$$\frac{d\rho}{ds} = \frac{2(\alpha + \lambda K)(\rho_a - \rho)}{R} \quad (10)$$

3. 数値計算と実験結果の比較

数値計算は(7), (8), (9), (10)を出口の流速 U_0 , 中 R_0 , 静止流体の密度 ρ_{a0} , 噴流の密度 ρ_0 で無次元化し、出口での内部フルード数 $F_0 = \sqrt{\rho_0 U_0^2 / g(\rho_{a0} - \rho_0) R_0}$ と ρ_a の勾配 $i = \{ \rho_a(y + R_0) - \rho_a(y) \} / R_0$ をパラメータとし差分化して行った。

計算に必要な入力 F_0 , K , α , λ , ρ_{a0} , ρ_0 , i であり、今回は $\lambda = 1$, $\alpha = 0.08$, $K = 0.01$ とした。

実験は中 60cm , 深さ 90cm , 長さ 400cm の水槽の底から 23cm の所に直径 1cm の噴出口を設け、塩で密度勾配をつけた水中に噴流を流入させて行い、軌道の測定は写真撮影によった。

図2に計算から求まる最高位置と、実験から得た上昇限界の比較を示す。また、図3に軌道の比較を示す。

実験値と計算値を比較すると、上昇限界までの軌道はかなり一致する傾向を示した。しかし、そこから先計算値は上下に振動するが、実際は一定の高さからほとんど動かなくなる。これは、計算が噴流の重心についての一次元解析であるのに対し、現象は各部でのつりあいの結果生じている事の違による。また、拡散りやについても上昇限界付近から一定とする計算とは異なり一定の値になる。

この事から判断して、本解析法が妥当性を有するのは上昇限界付近までと言えよう。

4. 結び

密度勾配の在る静止流体に水平噴流が流入した場合の、上昇限界付近までの軌道の概要の数値計算により得られた。

なお、噴流は上昇限界に達すると一定の中を保つようになるが、その中は実験によると密度勾配により大きく異なっている。これは、噴流の速度と密度勾配の関係で拡散りが抑えられているためと考えられる。

この事は、密度勾配の在る流れの中の乱れと密接に関係していると思われるので、今後この点を中心に研究してきたい。また、その第一段階として水槽内の流体を二層にして、その中間の密度を持つ噴流を境界面に流入させる実験を行い、乱れの強さと密度差の拡散に対する影響を調べる予定である。

参考文献

- 1) 玉井, 「密度差を有する二次元水平噴流」
第13回水理講演会,
1969年2月
- 2) Hino, Forced plums
in a stably stratified
fluid, Trans. JSCE,
No. 86, Oct. (1962)

図2 F_0 と上昇限界の関係

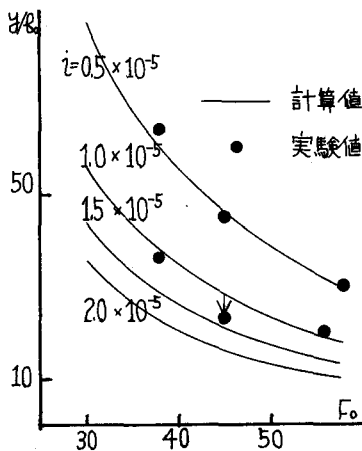


図3 噴流の軌道 ($i = 0.5 \times 10^{-5}$)

