II-199　河口密度流における連行と二層間抵抗

北海道大学工学部　正員　柏村 正和

1. まえがき

二成層を形成して流出する河口の力学的機構を研究して来たが，いわゆる連行流の考え方と，二層間抵抗係数で扱うやり方とを比較検討しているうちに，連行係数と，二層間抵抗係数が実はほとんど同じものであることを見出した。[1] 連行係数をE，二層間抵抗係数をf_iとすると，$E=(f_i/2)(1+h_1/h_2)$ となる。h_2は塩水層の厚さ，h_1は淡水層の厚さである。もし，河口から沖へ十分に出れば $h_1 \ll h_2$ となり，$E \doteqdot f_i/2$ になる。この考えを浮上プリュームに適用してみると，ここでもやはり $E=(f_i/2)(1-2\varepsilon)$ という類似の表現が得られる。[2] εは，$\varepsilon=1-\rho_1/\rho_2$ でρ_1はプリュームの密度，ρ_2はそれを囲む水の密度である。εは小さいので，河口流出の場合と同じように，$E \doteqdot f_i/2$ であることがこの場合も認められる。このように，Eと $f_i/2$ が等しい物理的背景は，つぎのように考えられる。主流が下層塩水，または周囲の水を連行するときには，主流と同じ向きの運動量をこれに与えるわけであるから，当然主流は運動量の損失を生じ，これがせん断応力に相当するはずである。密度ρ_2の水が主流に取り入れられると，単位面積を通して毎秒 $\rho_2 E u_1$ の重量が主流に入ることになる。u_1は主流の速度で，「取り入れられる速度がu_1に比例する」という連行における通常の取扱いをしている。この水が主流に混ざってu_1という速度を付与されるので，$(\rho_2 E u_1)u_1$ という運動量を獲得する。これがせん断応力τ_iに等しく，$\tau_i=\rho_2 E u_1^2$ である。一方，下層水や周囲水が静止のときは，境界面に働らくせん断応力は，通常 $\tau_i=\left(\frac{\rho_1+\rho_2}{2}\right)(f_i/2)|u_1|u_1$ で表わされる。ρ_1とρ_2の値が近く，また流れが一方向の定常流ならば，$\tau_i \doteqdot \rho_2(f_i/2)u_1^2$ となる。従って，前の式と等置すれば $E=f_i/2$ を得ることができる。実際には，流れの条件や，その都度定義する連行係数のとり方により，$f_i/2$に何等かの水理量が乗ぜられて出てくるわけであるが，いずれもほとんど1に近い値になる。このように，せん断力の主因が連行である場合には，常に $E \doteqdot f_i/2$ と考えてよかろう。

実際の河口で，Eの値は，はたして $f_i/2$に等しくなるかどうか実測値から計算した結果を述べてみたい。結論的には，f_iを求める過程で，川がどのような割合で，河口から拡がって流れるかを表わす量 $(1/l)\partial l/\partial x$ …… lは流れの流線間隔，xは流れの方向 …… の実測値が正確に求められないと正しい値が求められないためにまだ成功したとは云えないが，この一連の計算の中で連行係数の値や，河口を出るときの内部フルード数の値の変化などが求められているので，これを示したい。また従来の抵抗係数の逆算式は河口および沖に向かっては使用できないので，新らしく式を提案する。

（文献）1)柏村：18回水理講，1974　2)柏村：北大工研72号，1974　3)水理公式集，昭46改訂版 p.583.

2. Eの計算式，河口外でのf_iの計算式について

連行係数 Eは $d\varepsilon/\varepsilon=-(E/h_1)dx$ から

$$E=\left|\frac{h_1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dx}\right| \qquad \text{-----------------} \qquad (1)$$

として求められる。[1] また従来の抵抗係数f_iの式は $f_i/2=-\left(1-\frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1}\right)\frac{\partial h_1}{\partial x}\Big/\left(\frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1}\cdot\frac{h_0}{h_0-h_1}\right)$ で与えられているが，[3] これが河口もしくはその外で使用できないのは明らかである。河口では内部フルード数が1，河口外ではそれよりも大きくなるからである。f_iが 0，または負という矛盾した結果を生ずることになる。従って別の公式を作り上げる必要がある。従来の式は，$\varepsilon g\,dh_1/dx+u_1 du_1/dx+\rho_1\frac{f_i}{2}\cdot u_1^2\left(\frac{1}{\rho_1 h_1}+\frac{1}{\rho_2 h_2}\right)=0$

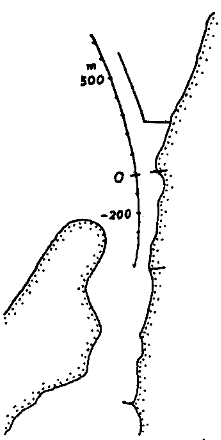
と，一次元水路の連続式 $u_1h_1 = const.$ とから求められている。前者は，流れの方向にx軸を設定すれば，川幅が変化する場合や，表層密度 ρ_1 が漸変する場合でも使用できるが，後者は使用できない。従ってここでは，一次元連続式の代りに，$\varepsilon u_1 h_1 l = const.$ を用いる。この式は，連行流における体積保存式，$d(u_1h_1l)/dx = Eu_1l$ と，塩量保存式 $d(\rho_1u_1h_1l)/dx = \rho_2Eu_1l$ とからEを消去して求められる関係式である。この式を微分して得られる次式，$du_1/dx = -u_1(d\varepsilon/\varepsilon dx + dh_1/h_1dx + dl/ldx)$ を先に述べた運動方程式に代入して整理すれば，

$$\frac{f_i}{2} = \frac{-\left(1-\frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1}\right)\frac{1}{h_1}\frac{dh_1}{dx} + \frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1}\left(\frac{1}{\varepsilon}\frac{d\varepsilon}{dx} + \frac{1}{l}\frac{dl}{dx}\right)}{\frac{u_1^2}{\varepsilon g h_1}\left(\frac{1}{h_1}+\frac{1}{h_2}\right)} \quad \cdots\cdots \quad (2)$$

を得る。河口では，分子初項は0になるが，第2項，とくに dl/ldx が正の値をとり，($d\varepsilon/\varepsilon dx$ は負になる) これが抵抗係数の値 f_i を大きく左右することになる。

(1)式と(2)式を用いて，昭和45年8月4日に，石狩川河口で実測した結果から，Eと $f_i/2$ を求めてみよう。

3. 石狩川河口のEと $f_i/2$ の計算値



表，石狩川河口諸量（E：連行係数，f_i：抵抗係数）

	ε	u_1	h_1	F_i^2	R_i	Re	ψ	E	k	$f_i/2$
−200 m	0.02301	0.79 m/s	3.72 m	0.744	1.344	2.938×10^6	2.186×10^6	3.233×10^{-5}	7.5×10^{-4} m^{-1}	1.44×10^{-3}
−100	0.02299	0.99	3.63	1.198	0.835	3.595 〃	4.307 〃	3.158 〃	〃	1.23 〃
0	0.02297	1.07	3.65	1.433	0.698	3.798 〃	5.442 〃	2.241×10^{-4}	〃	6.30×10^{-4}
100	0.02270	1.07	3.35	1.536	0.651	3.585 〃	5.507 〃	4.427 〃	〃	6.24 〃
200	0.02237	1.06	3.05	1.680	0.595	3.234 〃	5.433 〃	4.022 〃	〃	5.16 〃
300	0.02211	1.03	2.87	1.706	0.586	2.956 〃	5.043 〃	2.726 〃	〃	7.43 〃
400	0.02195	1.01	2.75	1.724	0.580	2.778 〃	4.790 〃	1.754 〃	〃	8.78 〃
500	0.02183	0.99	2.66	1.722	0.581	2.634 〃	4.536 〃	1.401 〃	〃	8.90 〃
600	0.02172	0.97	2.55	1.733	0.577	2.474 〃	4.288 〃	1.291 〃	〃	8.38 〃

註：$\varepsilon = 1-(\rho_1/\rho_2)$，$F_i^2 = u_1^2/\varepsilon g h_1$，$R_i = (F_i^2)^{-1}$，$Re = u_1h_1/\nu$，$\psi = F_i^2 Re$，$k = dl/ldx$

昭和45年8月4日に実測した石狩川河口における諸量の値を上の表に示す。現地観測データを処理する時には，生の値そのものを使うと大抵失敗する。予測し得ない原因…たとえば，地形，波浪，海流，静振 等…によって測定値が不規則に分布することが多いからである。生の値を使うと下流が塩分濃度が低いこともよくあり，連行係数が負になって算出される。よい方法は，観測データを流れに沿ってグラフにプロットし，全体の傾向に沿ってスムースな曲線をひき，それによって計算するやり方である。そのためには測点を多くして，傾向の信頼性を高める必要がある。上の例では16地点の観測値から諸量の変化（流心に沿った）曲線を求め，100m毎に諸量を読み取った値を使用している。　連行係数Eの算出は(1)式によった。Eは河口で一時的に増し，沖に向かって再び減少する傾向がある。流速が河口で極大値を持つのは既に常識となっていることである。内部フルード数は，河口で1をこえ，沖に向かって増加している。ψとEの関係は f_i とψのグラフ上にのせると，全体的な f_i−ψ の傾向に合致した所に現れる。(2)式を用いて f_i を求めるのに dl/ldx の値を必要とするので，これは実測値が得られず，石狩川流量から以前の何回かのデータをもとに推定した値である。これをkとおくと，kは場所によっていろいろな値を取るようだが，ここでは一定値とした。f_i の値はEと較べても f_i−ψ 曲線から見ても過大に思われる。kの値の見積の誤差によると思うが，この値の研究は今後に残された課題であろう。