

II-187 開水路の縦分散に対する貯留効果について

京都大学 防災研究所 正員 村本 嘉雄
 “ “ “ 道上 正規
 日本水道コンサルタント 正員 ○中川 芳一

1 まえがき

河道における浮遊物質の縦分散は、河道境界面による shear 効果の他に死水域による物質の一時的捕捉、河床面における沈降、浮上などの貯留効果を受ける。その結果、物質の流入条件が瞬間点源であつても、濃度曲線が Gauss 分布より立ち上りが急で尾を引く形状を示し、分散係数も shear 効果を考慮した計算値より大きな値を示す場合が多い。本研究では、不規則河道におけるウエッジロードの流下過程を巨視的に把握するための第1段階として、死水域の存在する流れおよび沈降粒子の縦分散について、それぞれ Hays¹⁾ および Sayre²⁾ とほぼ同様なモデルを用いて解析するとともに実験結果との比較検討を行なう。

2 死水域の存在する流れでの縦分散

2.1 基礎式：長方形断面の開水路で、主流域および死水域における断面平均濃度 C_a , C_d の関係式として次式を用いる。^{1), 3)}

$$\frac{\partial C_a}{\partial t} + u_a \frac{\partial C_a}{\partial x} + \frac{k}{B_a} (C_a - C_d) = D_a \frac{\partial^2 C_a}{\partial x^2} \quad (1) \quad \frac{\partial C_d}{\partial t} + \frac{k}{B_d} (C_d - C_a) = 0 \quad (2)$$

ここに、 B_a, B_d ：主流域、死水域の幅、 u_a ：主流域での断面平均流速、 D_a ：主流域での縦分散係数、 k ：主流域と死水域における混合係数である。(1) (2) 式で、初期条件が瞬間点源の場合は、大久保⁴⁾ によつて、2次式のような解が得られている。

$$C_a(x, t) = \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} e^{-imx} \Gamma(m, t) dm \right\} / 2\pi \quad (3)$$

$$\Gamma(m, t) = \left\{ \cosh \frac{1}{2} Pt - \sinh \frac{1}{2} Pt \right\} \left(\cosh \frac{1}{2} Qt - \frac{P-2\alpha}{Q} \sinh \frac{1}{2} Qt \right) \quad (4)$$

ここに、 $\alpha = k/B_d$, $\varepsilon = B_d/B_a$ である。また、(3) (4) 式より $t \gg \alpha^{-1}$ における $C_a(x, t)$ 分布のモーメントの漸近式は、

$$\left. \begin{aligned} \text{全量: } M(t) &= \int C_a(x, t) dx \sim (1+\varepsilon)^{-1} \\ \text{平均: } \bar{x}(t) &= -i \frac{\partial \Gamma}{\partial m} \Big|_{m=0} / \Gamma(0, t) \sim (1+\varepsilon)^{-1} u_a t \\ \text{分散: } \bar{x}^2(t) &= \left\{ -\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial m^2} \Big|_{m=0} / \Gamma(0, t) \right\} - \bar{x}^2 \sim \left\{ \frac{2D_a}{1+\varepsilon} + \frac{2\varepsilon u_a^2}{\alpha(1+\varepsilon)} \right\} t \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

と表わされている。しかし、 $C_a(x, t)$ の分布形を求めるには、(1), (2) 式を数値計算する必要があり、ここでは、 u_a, B_a, B_d は実験条件、 D_a は死水域の存在しない場合の実験値を用い、 $k = K u_a$ (u_a : 摩擦速度) において、 K の値をパラメーターとして計算した。

2.2 実験結果との比較検討：実験は幅60cm、長さ150cmの配1/500の長方形断面水路を用い、水路の両側壁に長さ10cmの水制を一定間隔(5)で並べることによつて死水域を発生させた。上述断面に塩水を瞬間的に投入し、その下流 $x = 10 \sim 45$ (m) で水路中心と水制中央部の $C(t)$ を測定した。実験条件は表-1に示すようであり、 $s = \infty$ は水制のない場合の実験である。

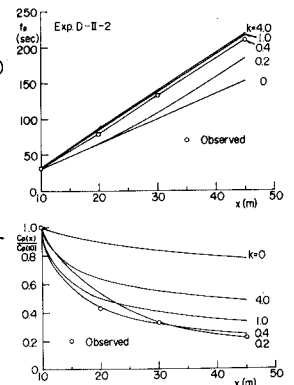


図-1 t_p, C_p の変化

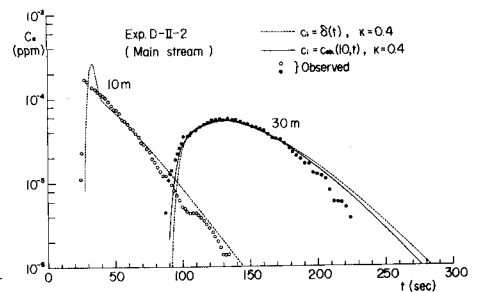


図-2 $C_a(t)$ の計算値と実験値との比較

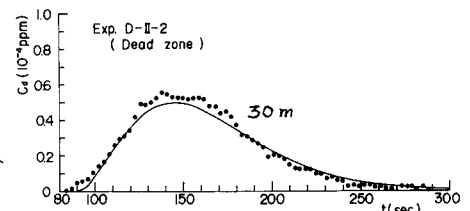


図-3 $C_d(t)$ の計算値と実験値との比較

水剤のない場合の $C(t)$ はいずれの実験でも Gauss 分布形を呈し、 $t \sim x$ から求めた分散係数 D および D/u_{*} は従来開水路流れで得られている値に近い。一方、水剤を設置した場合には、図-2に示すように歪んだ分布形となり、 D の値は Fischer の方法⁵⁾で流送の残分布を考慮して求めた D_F よりさらに大きな値を示している。

流下方向の各点におけるピーク濃度 C_p とその発生時間 t_p について、(1)、(2) 式による計算値と実験値とを比較すると 図-1 のようになる。なお、境界条件は、 $x=10\text{cm}$ 地点の $C_a(t)$ を用いている。 C_p と t_p の計算値はいずれも $K=0.4$ の場合の実験値とほぼ一致している。

図-2、図-3 は $C_a(t)$ 、 $C_a(x)$ の実験値と計算値 ($K=0.4$) とを比較したものであり、 $C_a(t)$ では境界条件として $C_a(0, t) = \delta(t)$ を用いた計算値も示してある。 C_a 、 C_d とともに実験値との適合性はよく、本実験では瞬間面源の条件に近いことがわかる。なお、表-1 の他のケースについても $K=0.3 \sim 0.5$ の範囲で実験値と一致したが、条件が限られているので $k \propto u_*$ の関係についてはさらに検討する必要がある。

2.3 C_a のモーメントに関する検討 : (5) 式から明らかなよう

に注入点から十分離れた地点では、 $C_a(x, t)$ の重心の伝播速度 $u(t)$ および分散係数 $D(t)$ は一定値に漸近する。図-4 は (4) 式から $M(t)$ 、 $u(t)$ 、 $D(t)$ を計算した結果であり、この場合、 $x > 20\text{cm}$ では (1) (2) 式で $k=0$ 、 $u = \frac{2}{3}u_a$ 、 $D = 13.4 D_a$ と近似できることがわかる。しかし、こうした Fick 型の式で近似できる距離は、流入条件を $\delta(t)$ と仮定できても、 D_a 、 ε 、 u_a 、 α の値によらず変化し、また対象とする C_a 分布のモーメントと近似度の設定によって変わるため一般的検討は難しい。

図-5 は C_a の Flatness (F_t) と Skewness (S_t) の流下方向変化を計算した結果であり、本実験の場合 Gauss 分布への接近は緩慢であることがわかる。

3 沈降性粒子の分散

沈降性粒子の分散過程の基礎式として、流れおよび河床面で次式を用いた。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - \frac{1}{h} (r w_b C - A) \quad (6) \quad \frac{\partial A}{\partial t} = r w_b C - A \quad (7)$$

ここに、 C : 粒子の断面平均濃度、 A : 河床の堆積量、 w_b : 粒子の沈降速度、 A : 河床から粒子の浮上割合、 r : 濃度分布の補正係数である。(6)、(7) 式で r 、 A をパラメータとして数値計算を行ない、実験値との比較を行なった。実験は (I) $w_b = 0.0219 \text{ } \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ (II) $w_b = 0.0058 \text{ } \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ の2種の粒子を用いたが、(II) の粒子では塩水の分散 (Exp D-IV) と同様の特性を示し、 $D/u_{*} = 10.4 \sim 17.9$ であった。図-6 は (I) の粒子で Exp D-IV-2 の条件で実験と計算結果を比較したものであり、 $f(C)$ の正規化した値) のピーク値の変化がみられる。実験値は $A=0$ 。

$r=1$ の値に近く、再浮上の現象は顕著でないと考えられ、この場合も $C(t)$ は Gauss 分布に近い特性を示した。図-6 $f_{\max}$ の計算値と実験値の比較

以上、流下方向に一様な開水路における縦分散の検討を行なったが、今後は、河道模型を用いて、縦分散および河道貯留の影響を検討したいと考えている。最後に、本研究の計算に際して協力された伊丹 正紀君に感謝する。

- 1) Thackston, E.L. etc; Proc ASCE, SA2, 1970. 2) Sayre, W.W.; Proc ASCE, HY3, 1969. 3) 河本: 道土・中川; 関西支部年報, 昭和49 4) Okubo, A.; Netherland J. of Sea Res. 6, 1993. 5) Fischer, H.B; Proc. ASCE, HY6, 1967.

Exp.No	S (cm)	Q ($\frac{\text{g}}{\text{s}}$)	h (cm)	u_m ($\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$)	u_a ($\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$)	u_* ($\frac{\text{cm}}{\text{sec}}$)	D ($\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$)	$\frac{D}{h u_*}$	D_F ($\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$)
D-I-1	30	8	4.6	29.2	31.4	2.15	7508	759	646
-2	13	13	7.3	29.7	32.0	3.13	6635	295	291
D-II-1	40	8	4.7	28.4	30.5	2.71	5958	468	470
-2	13	13	7.9	27.4	29.4	3.64	4066	141	193
D-IV-1	8	2.8	48.3			2.87	96.2	12.0	
-2	∞	13	3.9	55.4		2.57	160	16.0	
-3	18	5.1	59.7			2.69	241	17.6	
-4	22	6.1	61.3			3.01	263	14.3	

表-1 実験条件および分散係数の計算値

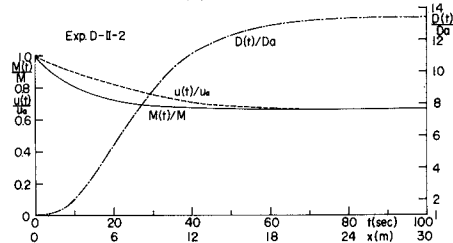


図-4 M 、 u 、 D の計算値

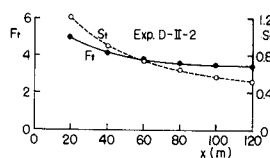


図-5 F_t 、 S_t の計算値

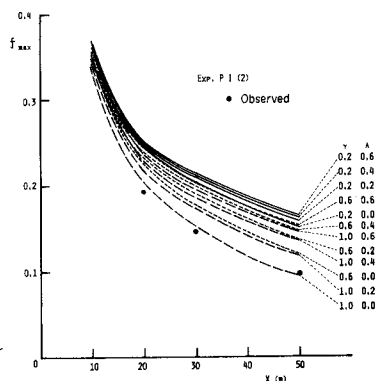


図-6 $f_{\max}$ の計算値と実験値の比較