

東京工業大学工学部 正員 日野幹雄
建設省土木研究所 正員 ○高須修二

1. まえがき

振動流は波の影響を受ける海底質の移動、潮汐作用の及ぶ湾内の流れや物質拡散等の海洋工学上の問題や流体機械など多くの工学上の問題と関連する重要な現象である。本研究は数学的乱流モデルの提案及びその数値解により、十分に発達した振動乱流の構造を明らかにするものである。

2. 乱流モデル

乱流の機構に関する理論的研究には Boussinesq, Prandtl, Karman 等による研究をはじめとして数学的乱流モデルがよく用いられている。本研究で用いる乱流モデルは Navier-Stokes の方程式を時間的に平均化して得られる乱流についての Reynolds の方程式を基礎方程式としている。基礎方程式中の乱流速度の二次モーメントの項については渦動粘性係数を用いて平均量に関する微分で置き換えているが、さらに渦動粘性係数は乱流エネルギーで表わされている。他の基礎方程式として乱流エネルギー方程式を考えているが、方程式中のエネルギー逸散の項については渦動粘性係数と同様に次元考察により乱流の特性量と関連づける。

上記で提案されたモデルを用いて両方の平板が静止していて圧力勾配によってその平板間を運動している流体の乱流の構造を調べる。今、座標系を図1の様に採ると基礎方程式は以下の如く書ける。

$$\begin{aligned} (1) \quad \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} &= -\frac{1}{R_*} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z} \epsilon \frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \\ (2) \quad \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} &= \epsilon \left[\frac{\partial \bar{U}}{\partial z} \right]^2 + \alpha \frac{\partial}{\partial z} \epsilon \frac{\partial \bar{B}}{\partial z} - \epsilon \\ (3) \quad \epsilon &= c' \frac{\bar{B}^{3/2}}{L}, \quad \epsilon = c L \bar{B}^{3/2} \end{aligned}$$

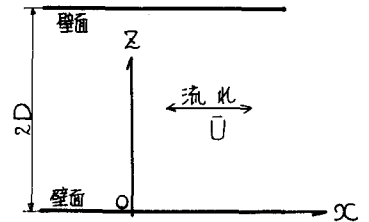


図1 概略図

但し、 $\bar{U}$; x 方向の平均流速、 $\bar{B}$; 乱流エネルギー、 L ; 混合距離、 ϵ ; 渦動粘性係数、 ϵ ; エネルギー逸散、 α, c, c' ; 比例定数

混合距離に関しては $L = x\delta$ を用いる事にする。振動流の場合、定常流と異なり乱流の構造は時間的に変化するものと考えられるので、乱流の構造のマクロ的な表現である混合距離 L は時間の関数でなければならぬ。しかし、乱流モデルの基礎方程式(1), (2)には L は ϵ を通してしか含まれておらず、また ϵ 及び ϵ は乱流エネルギーの関数であり、時間の関数となっている事を考え合わせると $L = x\delta$ としたモデルを用いても振動流の特性はかなり表現する事が出来るものと考えられる。

今、短周期の乱流成分を除いた各点での各時刻の平均速度 $\bar{U}$ を次の様に表す。

$$(4) \quad \bar{U}(z, t) = W(z, t) + V(t)$$

式(4)を式(1), (2)に代入し、基本量 D (二平板間距離の $1/2$)、 ω (主流の変動の角速度)、 V_0 ($V(t)$ の最大値)を用いて無次元化すると次式を得る。

$$\begin{aligned} (5) \quad N \frac{\partial u}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial \eta} k \frac{\partial u}{\partial \eta} & (6) \quad N \frac{\partial b}{\partial \tau} &= k \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} \right)^2 + \alpha \frac{\partial}{\partial \eta} k \frac{\partial b}{\partial \eta} - c_* \epsilon_* \\ (7) \quad \epsilon_* &= \frac{b_*^3}{l} & k &= l \sqrt{b}, \quad l = x\eta \quad (0 \leq \eta \leq 1), \quad l = x(2-\eta) \quad (1 \leq \eta \leq 2) \end{aligned}$$

但し、 $\eta = z/D$, $\tau = \omega t$, $u = W/V_0$, $b = B/V_0^2$, $N = \omega D/cV_0$, $G = c/c$
 ここで N は λ/Re の意味を持っている。 $(\lambda = \sqrt{\omega D}, Re = \frac{V_0 D}{\nu})$

3. 数値計算

数値計算は偏微分方程式(5), (6)を差分化し連立差分方程式として適当な初期条件を与えて収束するまで行なった。差分式には方程式が非常に安定となる implicit 法を用いている。数値計算は東京工業大学情報処理センターの HITAC-8700にて実行した。

モデルの妥当性を検討する為、まず定常流について計算を行ない、その結果を円管定常乱流についての Laufer の実験及び乱流境界層についての Klebanoff の実験結果と比較した(図2) その結果、平均流速の分布はほぼ対数分布をしており問題となるものは見られず、乱流エネルギーも傾向もオーダーもまず適切であると思える事が出来る。

4. 振動乱流についての計算結果

振動乱流についての計算は η 方向に 80 等分、時間方向には 1 周期を 180 等分して行なった。 N の値は 0.5 及び 0.25 の 2 種の値を与えて計算したが、結果は管中央の流速を 1 とすれば η 方向の縮尺比が 1/2 となっているだけである。これは計算結果が管中央で一様になっている事及び基礎方程式(5), (6)に $\eta' = N\eta$ の変換をほどこせば N を方程式から消去出来る事に関連している。また問題は式(4)の変換を行なっているので振動平板上の流体の運動を取扱っている事に注意する必要がある。

計算結果は図3, 4, 5に示してあるが、その中で Kalkanis による振動板による流れの実験結果と比較してある。Kalkanis は Reynolds 数に無関係に一つの関数形で流速分布を表現しているが、Reynolds 数による変化を考慮した方がより適切に表現出来ると思われる。

5. むすび

振動乱流についての下記の事実は重要である。

Reynolds 数により振動流の特性が変化する。これは定常流ではみられない事実である。

振動流の乱流エネルギーは底面付近で定常流と比較して非常に大きくなる。この事実は砂の移動が乱流によって行なわれる事に関連して、海岸工学等の立場から非常に注意すべきものである。

参考文献

- Kalkanis, G ; "Turbulent Flow Near an Oscillating Wall", B.E.B. Tech. Memo, No.97
 日野・高須 ; 「振動流中の乱流に関する解析的取扱い」 第27回 土木学会年次講演会
 日野・高須 ; 「周期変動密度流の乱流と拡散」 第17回 水理講演会講演集

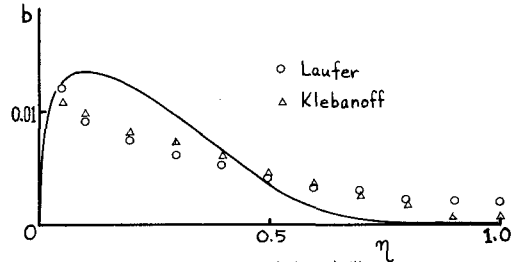


図2 乱流エネルギーの分布(定常)

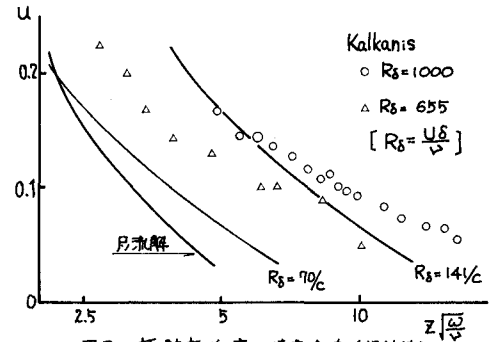


図3 振動板近傍の速度分布(絶対値)

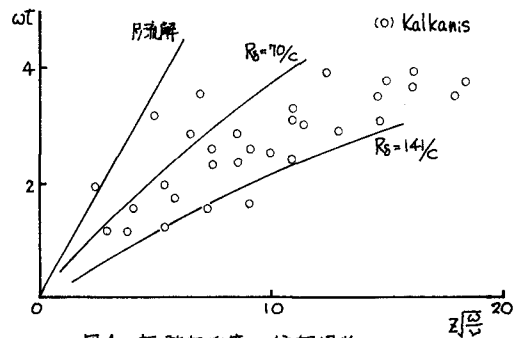


図4 振動板近傍の位相遅れ

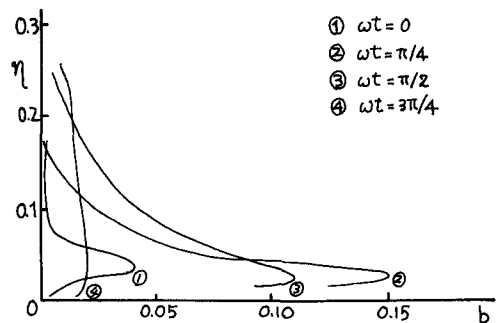


図5 乱流エネルギー分布