

中国工業技術試験所 正員 〇早川典生

高杉由夫

1. まえがき

時間の関数として多少ともランダム性をもつデータを解析する手法として、自己相関関数とパワースペクトラムを計算することは固定した技術であると思われる。これらの量の計算法としては自己相関関数からパワースペクトラムへと計算をすすめる、いわゆる Blackman-Tukey [2] の方法が以前から知られているが、最近非常に高速のフーリエ変換法(FFT)を用いて直接パワースペクトラムを計算する方法 (Cooley-Tukey 法) が使われはじめた。しかもこの方法を用いれば、自己相関係数の計算でさえもまずFFTを用いてパワースペクトラムを計算し、その結果を再度FFTを用いて逆フーリエ変換した方が、直接計算するよりもはるかに高速に行なわれることが知られている [1]。筆者達は潮流および潮流データを解析する必要から、この二つの方法を比較検討する機会を得たのでここに報告する。

2. Blackman-Tukey (B-T) 法

この方法は周知の手法であるのでここでは記述を省略する。図-1の左半分はこの方法をFlow Chartで示したものである。ここで m は 最大遅れ数 を与える。

3. Cooley-Tukey (C-T) 法

ここではB-T法で得られる情報と同量および同量の情報を得るために筆者達の用いている方法について述べる。この手法のステップは図-1の右半分に示してある。

定常ランダム過程の長さ T , N 個のデジタル化されたデータ

$$x_i = x(ih), i = 1, 2, \dots, N$$

($Nh = T$) が与えられたものとする。最初のステップはこれにゼロ値データを同数だけ加えることである。

$$x_i = 0, i = N+1, \dots, N_2 = 2N \quad (1)$$

このステップは最終的に求まる自己相関関数が「循環的」であるための誤差を取り除くために必要である。

[2] 次のステップはデータの長さが有限であるために生じる leakage を除くために何らかの window を乗ずることである。この window として cosine bell を乗ずるか、あるいはその代りに、次のステップのFFTで求められたフーリエ係数を hanning することもある。この過程はB-T法において自己相関

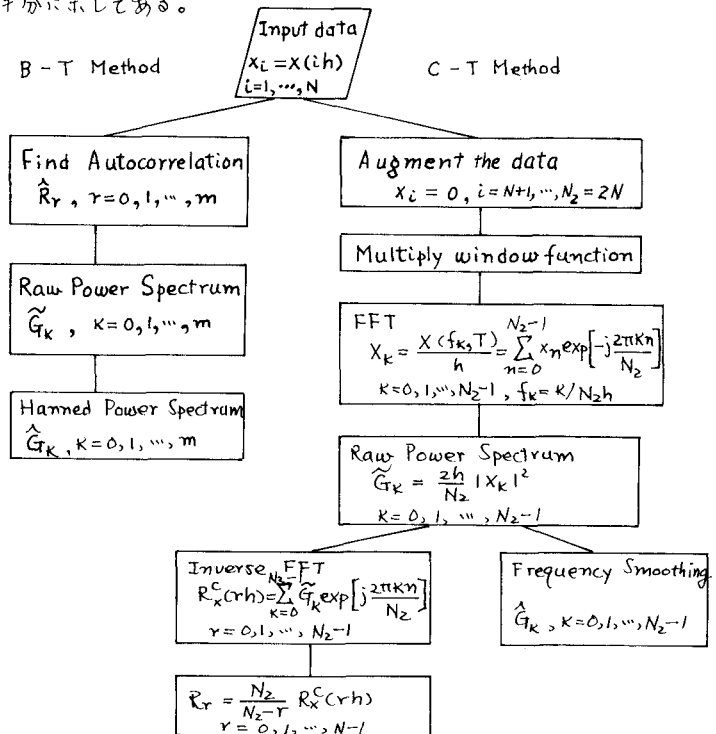


図-1 Blackman-Tukey 法と Cooley-Tukey 法の比較

関数からパワースペクトラムを求める時の hanning と同じである。

しかしながら、C-T法では cosine bell または hanning を使用するよりも、帯域中と統計的安定性をバランスさせるために、Bingham 他 [1] はもっと頭の平らな window を用いることを提案している。この window は解析しようとするデータが信号ののであるか雑音ののであるか、すなわち帯域中を狭くして卓越周波数を探るのが目的か、あるいは雑音の大きさを精度よく求めるのが目的かの用途によって選ぶべきものである。筆者達は Bingham 他 の提案にかえて次式を採用している。

$$\left. \begin{aligned} (1-a)^{-1} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\pi t}{aT}\right) \right\} & , \quad 0 < t < aT \\ (1-a)^{-1} & , \quad aT < t < (1-a)T \\ (1-a)^{-1} \left\{ 1 - \cos\left(\frac{\pi(T-t)}{aT}\right) \right\} & , \quad (1-a)T < t < T \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで a は 0 と 0.5 の間のパラメータであり、 $a=0$ の時は何もしない box car であり、 $a=0.5$ の時は cosine bell である。参考までに $a=0$ と $a=0.5$ の時の上式のフーリエ変換を図-2 に示す。図から cosine bell は box car に比べて leakage は少ないが、その代りに帯域中は大きくなっていることを注目したい。

3 のステップはこの処理されたデータを FFT を用いてフーリエ変換することであり、4 のステップは、そのパワースペクトラム $\hat{G}_k$ を計算することである。この $\hat{G}_k$ を再び FFT を用いて逆フーリエ変換すれば、循環的相関関数 $R_x(\tau)$ が求まりこれを補正すれば自己相関関数 $R_x(\tau) = R_y$ が求まる。 $\hat{G}_k$ はさらに移動平均またはアンサンブル平均により誤差を少なくして最終的にパワースペクトラム $\hat{G}_k$ を得る。

4. 速度比と計算例

両方法の計算速度の理論的比較の根拠は文献 [1, 2] に与えられている。B-T法では Nm 回の乗加演算が必要であり、筆者らの C-T法では各 FFT で $4N_2 \log_2 N_2$ 回の乗加演算が必要であるから、両手法の速度比は $Nm / (8N_2 \log_2 N_2) = m / (16 \log_2 N_2)$ である。筆者達は 3 種類の長さのデータについて IBM 370/185 と IBM SLHATH の FFT サブルーティンを用いて計算し、両手法に要した CPU 時間を比較してみた。表-1 がその結果でありここで $m = N/10$ にとった。同表より実際の速度比は理論上の速度比を上まわることがわかる。これは FFT サブルーティンの効率的なプログラミング、特に三角関数の計算法の相違によるものと思われる。

図-1 からわかるように C-T法を用いて、B-T法と同量の自己相関関数を求めることだけが目的ならば、 m 個のデータを使えばよく C-T法の方がはるかに速い。筆者達の 8192 点の計算では 819 個の自己相関係数値の比較で両手法による差異は 5% 以内であった。

5. 謝辞

この報告の準備には石川島播磨重工業造船所所有の電算計算機を使用した。同所吳コンピュータ課小都元氏および石岡克英氏の協力に感謝する。この研究は環境庁計工の公害防止技術特別研究の一部としてなされた。

6. 参考文献

1. C. Bingham et al., IEEE Trans. on Audio and Electroacoustics, Vol. AU-15, No.2, 1967, pp.56
2. J.S. Bendat and A.G. Piersol, Wiley Interscience, 1971

N	B-T法 SEC	C-T法 SEC	速度比	理論速度比
8192	229.22	34.93	6.7	3.7
2048	19.17	8.62	3.2	1.2
256	2.27	1.96	1.2	0.2

表-1 B-T法とC-T法の計算時間の比較

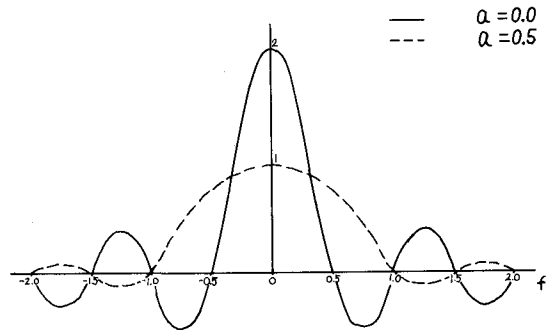


図-2 フィルタ関数の比較