

1. ま え が き

筆者は最近下水管(円形断面開水路)内の水面形計算を受託し、その折に表記の計算方法を開発したので紹介する。下水管等の施工に当り、設計書通りの施工を目標にしても一般に施工誤差が生じて計画通り完成しない。特に $1/1000$ 以下の管床こう配の場合には長さ 10 m 当りで 1 cm 以下の落差しかなく、型枠設置に細心の注意をはらっても長さ 10 m 当り $\pm 1\text{ cm}$ 以上の高低差が生じ、図-1のようにこう配が区分的に変化する管路になるのが実情である。このような場合には、計画の段階で管準内を開水路で流すための水理計算を行って、予定の管準断面を決定してあっても、施工後にもう一度現状に合せた水理計算をやりなおして、その安全性を確かめなければならない。

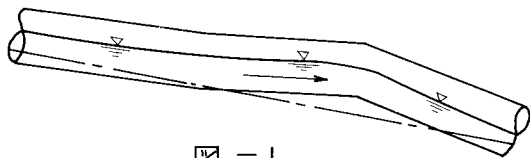


図-1

不等流の計算には、断面が一様で一様こう配の直線水路では Chow の式、Bresse の式、Tolkmitt の式、物部の式などが一般に使用されるが、これらは円形断面の水面形計算には適用できず、Keifer および Chu の変流係数による方法が利用される¹⁾。また電算により計算する場合には不等流の微分方程式を Runge-Kutta 法により積分するのが便利である。

一般に、管床が液状をなす水路における不等流計算には差分方程式の数値計算や図式解法を用いるのが適例である。その中には逐次計算法、井田の方法、Ezra 法、Escoffer・Rayteine・Chitelain 法²⁾などがあるが最近では電子計算機の利用が一般化されたため図式解法を用いる機会は少なくなっている。電算機による計算には逐次解法を用いるのが最つとも良く、計算能率を高めるために本論文では Newton-Raphson 法を用いることを紹介する。

逐次解法には、根の第1次近似がわかっているとき、これを反復修正してゆく収束の速い方法として、Newton-Raphson 法、Bairstow 法、Lin 法、はさみうち法などがあり、根の第1次近似が不明の場合には収束のかなり遅い Graeff 法、Lehmer 法、Bernoulli 法などがある³⁾。管準内の不等流計算は方程式が単純な高次方程式でないため Newton-Raphson 法が便利であるが、方程式の水深に対する微分が開発されていないためか今日まであまり利用されず、はさみ打ち法などが用いられている。

2. 計算式

図-2に示すように①、②両断面のエネルギー関係より

$$F_1 = \frac{\alpha Q^2}{2gA_1^2} + h_1 + Z_1 - \frac{Q^2 4X}{2K_1^2} \quad (1)$$

$$F_2 = \frac{\alpha Q^2}{2gA_2^2} + h_2 + Z_2 + \frac{Q^2 4X}{2K_2^2} \quad (2)$$

とあくと、①断面の諸水理量が既知の場合、②断面の水理量と

$$F_2 = F_1 \quad (3)$$

の関係より求めればよい。式(3)は h_2 に就いて高次の方程式となり一般に解析解は得られないため、 h_2 の近似値 h_{20} を Newton-Raphson 法により精度を高めることになる。

$$h_2 = h_{20} + (F_1 - F_2(h_{20})) / F'_2(h_{20}) \quad (4)$$

すなわち、(4)式を反復使用し、所要の精度が得られたら打切

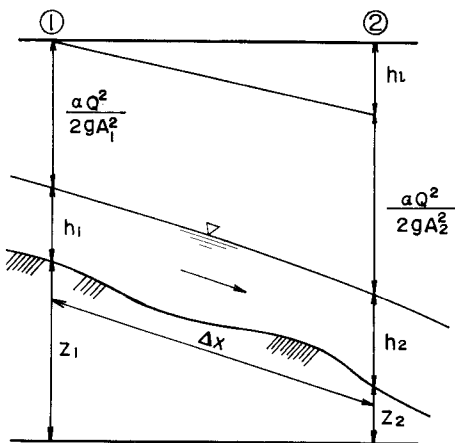


図-2

ればよい。ここに Manning の抵抗則を用いると

$$F_2'(h) = 1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} + \frac{n^2 Q^2 P^{1/3} \Delta x}{3 A^{10/3}} \left(2 \frac{dP}{dh} - 5 \frac{PT}{A} \right) \text{----- (5)} \quad K = \frac{1}{n} AR^{2/3} \text{----- (6)}$$

記号の意味は、 α : エネルギー補正係数、 g : 重力の加速度、 Q : 流量、 A : 流積、 h : 水深、 z : 河床高、 Δx : 断面間の水路床距離、 K : 通水能、 T : 水面巾、 n : 粗度係数、 P : 潤辺、 R : 径深である。

3. 計算上の注意

(1) Δx の制限

$F_2(h) \sim h$ および $F_2'(h) \sim h$ の関係をグラフにすると図-3 のようになり、 $\Delta x < 0$ の場合には $h \rightarrow 0$ のとき $F_2 \rightarrow -\infty$ となり物理

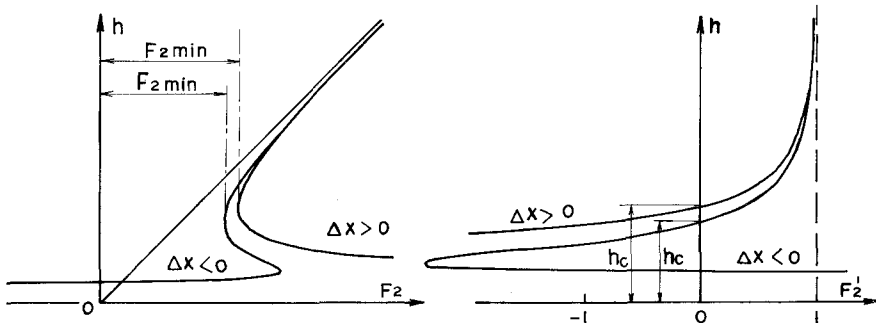


図-3

的意味がなくなる。これは抵抗則の拡大し方に原因がある。したがって、このようなことが生じないために、計算の対象に考えている径深の最小値を R_{min} とすれば、 F_1, F_2 の両者より $|\Delta x| < \alpha R_{min}^{4/3} / (n^2 g) \text{----- (7)}$ なる関係が満足されなければならない。

(2) F_{2min} による制限

図-3 に示す F_2 の最小値を F_{2min} とすれば $F_1 \geq F_{2min}$ なる関係が満足されなければ水は流れない。

(3) 近似値 h_{20} が h_c に近い場合の制限 $|dF_2/dh| < 0.1$

の場合には、 h_{20} を図-4 に示すように改めて計算する方が収束がはやい。 $h_2 \leq 0.0$ と計算された場合も h_{20} を改めなければならない。

4. 計算の大略の流れ

計算の流れを Flow Chart にすると図-4 のようになる。円形断面のように円断面の場合には、水深の最大値に対する配慮と水理学的裏付けをもとに施す必要がある。

5. 必要な関数副プログラム

断面形状により変らないもの

$FF_1(H) \cdots F_1$ の計算

$FF_2(H) \cdots F_2$ の計算

$FFR(H) \cdots$ Froude 数の計算

$FFMIN(H) \cdots F_{2min}$ の計算

$FFD(H) \cdots F_2'$ の計算

断面形状により変るもの

$A(H) \cdots$ 流積の計算

$P(H) \cdots$ 潤辺の計算

$T(H) \cdots$ 水面巾の計算

$DP(H) \cdots dP/dh$ の計算

6. まとめ

ここに示した計算方法は管渠のみならず、流積等が水深の既知関数として与えられる任意の断面形について適用可能である。図-3, 4 は台形断面を想定して描いたものである。

参考文献 1) 本間; 新版流量計算法 pp. 197~207 2) 水理公式集(昭46)

p. 175 3) 磯田, 大野; Fortran による数値計算ハンドブック pp. 419~465,

山内, 森口, 一松; 電子計算機のための数値計算法 I pp. 38~65

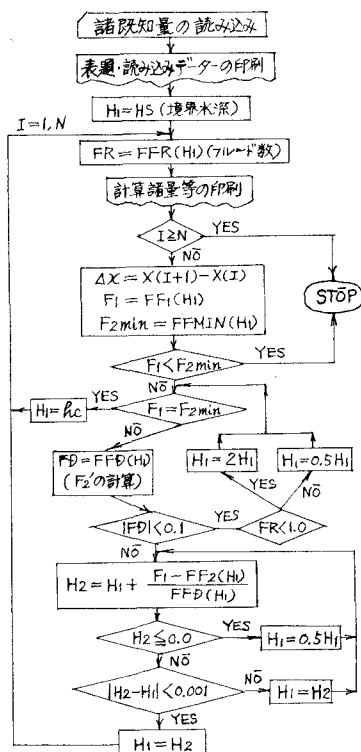


図-4 計算の大略の流れ