

II-155 開水路における内部境界層の発達について

東京工業大学工学部 正会員 吉川秀久
 ○東京工業大学大学院 学生会員 石川忠晴
 東京工業大学大学院 学生会員 吉川勝秀

[1]. まえがき

乱流境界層の取り扱い、平均化された諸量についての運動量方程式を用いるのが普通である。この方法では外部的な釣合条件だけで解を得るわけだが、境界層内外の速度分布の仮定が結果に大きな影響を及ぼす。開水路の乱流境界層では、境界層厚の増加にともない層外の流速が変化するわけでこの方法は適当でない。

本研究は、開水路の内部境界層（主流が速度分布をもつ乱流境界層をさす）の研究から公表したものであるが、上述の困難に遭遇した為、全く見方を変えて境界層の発達機構そのものに注目し、解析を行なった。その結果、粗面上の乱流境界層の発達に関して、従来方法で解かれているケースも含めて示すことのできる一般式を得た。この式の誘導過程自体は必ずしも厳密ではないが、境界層発達の物理的性質を考慮したのが従来方法と異なる点で、本研究の特徴である。

[2]. 理論

速度分布の折点を境界層外縁と定義する。速度分布形が明確に変化すること、層内外で流れの強さが大きく異なっていると考えることができる。そこで、境界層外縁を底面からの渦伝播の上限と考え、渦の y 方向への伝播速度を δ_t とすれば、次の式を得る。

$$\frac{d\delta}{dx} = \left[\frac{U_E}{U} \right]_{y=\delta} \quad (1)$$

ここに、 δ ；境界層厚さ、 x ；粗面急変点からの流下距離、 U ；時間的に平均された流速。

y 方向への渦の伝播は、流体塊が輸送され混合することによるので、 δ_t は y 方向の速度変動に比例すると考えることができる。従って、(1)式は次のように書ける。

$$\frac{d\delta}{dx} = \alpha_1 \left[\frac{\sqrt{v'^2}}{U} \right]_{y=\delta} \quad \alpha_1; \text{比例定数} \quad (2)$$

境界層外縁の速度変動は、層内外の速度変動の相互作用によると考えられるが、底面粗面が増加する場合には前者が支配的であり、その大きさに比例すると考えることができる。

$$\left[\frac{\sqrt{v'^2}}{U} \right]_{y=\delta} = \alpha_2 \left[\frac{\sqrt{v'^2}}{U} \right]_{y=\delta} \quad \alpha_2; \text{比例係数} \quad (3)$$

$\sqrt{v'^2}$ は底面近くで U_m にほぼ等しく、 y に関してゆるやかに変化する。 $\sqrt{v'^2}/U_m$ は、ほぼ1.1～0.7であるが、ここでは $\sqrt{v'^2} \approx U_m$ と近似する。境界層内の流速は対数則に近似されることが実験的にわかっているため、(2)式を次のように変形できる。

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\alpha' K}{\ln \delta/y_0} \quad (4)$$

ただし、 $\alpha' = \alpha_1 \cdot \alpha_2$ 、 K ；カルマン定数、

y_0 ；仮想基準高さ。

積分して y_0 で無次元化すれば次式を得る。

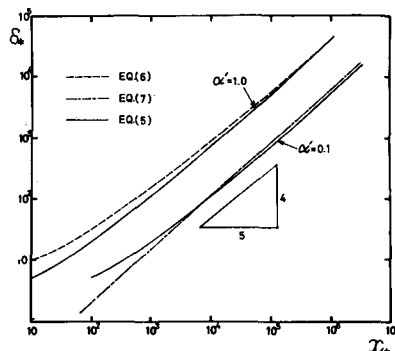


図-1

$$X_* = \frac{1}{\alpha K} \{ \delta_* (\ln \delta_* - 1) + 1 \} \quad (5)$$

ここに、 $X_* = x/y_0$, $\delta_* = \delta/y_0$ 。

[3]. すでに得られている結果および実験結果との対応

Elliott が空気流中の内部境界層を外的釣合条件から求めた解で、 $R_1/R_2 \rightarrow 1$ とした式は次のようになる。

$$X_* = \frac{1}{2K} \left\{ \delta_* \ln \delta_* - 4 \delta_* - \ln \delta_* + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\ln \delta_*)^n}{n \cdot n!} + 4 \right\} \quad (6)$$

このとき、主流速が一定であるというElliottの仮定が厳密に満たされており、正しい解を与えるはずである。

Bauer は急勾配水路で主流がポテンシャル流の場合について実験を行い、design curve を示した。このcurveは次式で近似され、緩勾配水路にも適用できることがわかっている。

$$\delta_* = 0.037 X_*^{0.87} \quad (7)$$

(5)式を(6), (7)式と比較したものを図-1 に示す。図-2, 3は実験結果を示したもので、 δ_* の増加にともない α が減少しているのは、 $\sqrt{u_*} = U_* = \text{const}$ といふためであろう。

[4]. 結論

乱流境界層の発達に関する式を、境界層の発達か乱れの拡散によることに注目して導いた。式中の α は、境界層内外の乱れの関係によって定まると考えられるが、物理的意味は必ずしも明確ではない、定数であるという論理的根拠もない。粗度が增加する場合の乱流境界層の発達は、 $0.1 < \alpha < 1.0$ であらわされるが、水量と α を具体的に結びつけることはできなかった。特殊な場合で、主流がポテンシャル流の場合に α は関欠率とに相当し0.1となる。

(5)式はすでに求められている解とほぼ一致する。また従来の方法では解けない円水路の内部境界層の実験結果と比較すると、 $\alpha = 0.42 \sim 0.83$ とした式がその発達状態をよく示している。

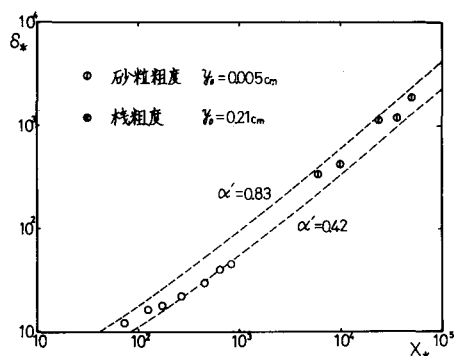


図-2

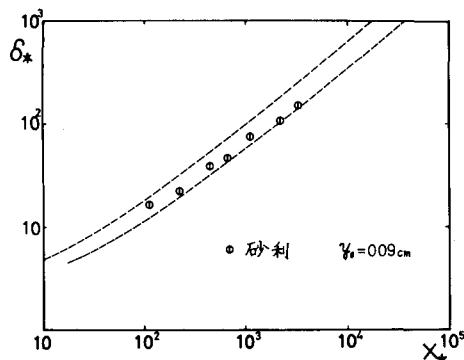


図-3

[5]. 参考文献

- (1) Elliott, W.P.; The Growth of the Atmospheric Internal Boundary Layer, Transactions, American Geophysical Union, Vol. 39, No. 6, Dec. 1958
- (2) Bauer, W.J.; Turbulent Boundary Layer on Steep Slopes, Transactions, A.S.C.E., Vol. 119, 1954