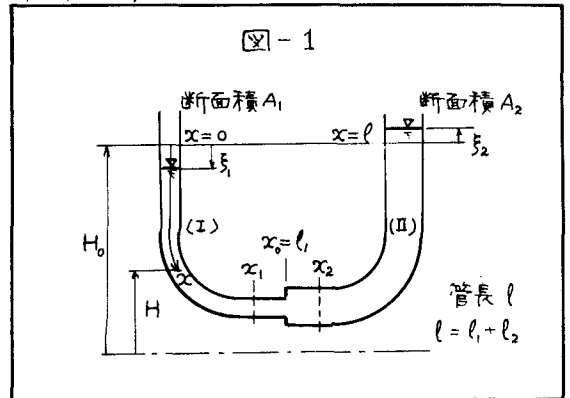


1. 緒言. U字管もしくは連結管内自由振動の減衰機構は振動角速度の複素領域への拡張の問題として、振動流境界層の乱流機構や利水ロ型サージタンク、管内オリフィス等の管内突起部における渦の発生機構と重要な関連をもつ点にあり、非常に興味ある問題である。本報告では管径の異なる2種類の管を不連続に接続した形のU字管について断面急変部の渦を考慮せずに管壁のマッシュボトムが支配的である場合の減衰振動を表わす複素角速度の算定法と若干の実験結果を述べる。

2. 複素角速度の決定条件式 一様管径よりなるU字管内自由振動については、未定の複素角速度を有する振動解の仮定の下にナビエ-ストークス方程式を解き、断面平均流速が水面の移動速度に等しいとする連続条件より複素角速度を定めることかできた<sup>(1)</sup>。

今回の2断面よりなるU字管に対しては、非定常な動水勾配線の変化に着目して、動水勾配線の変化は運動量方程式より導かれるが、一方向のエネルギー方程式は運動方程式に速度成分を代入して変形されるから運動方程式の解は必然的にエネルギー方程式を満足する。エネルギー方程式では速度成分の3次の項を含むのにに対して運動量方程式では2次の項でしか含まれないから、未定複素角速度を有する形式解からなるような条件式により未定複素角速度を決定せよとする筆者の場合には、運動量方程式から導かれる条件式を用いることが得策である。図-1に示すU字管において、軸方向局部流速 $u$ 、断面平均流速 $V$ 、壁面剪断応力 $\tau_0$ 、流量 $Q$ 等により、断面急変部を含む断面急変部の微小区間の $dx$ に対して、運動量方程式より次式が導かれる。こゝに $\tau_0 = \xi \left( \frac{\partial u}{\partial r} \right)_{r=r_0}$ で定義。



$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Q) dx + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int \rho u^2 dA \right\} dx = -\rho g \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left( H + \frac{\rho}{\rho g} \right) dA \right\} dx + 2\pi r_0 \tau_0 dx$$

それ故断面急変部を含む断面急変部の2断面 $x = x_0$ 及び $x = x_1$ に於て、次式が成立つ。

$$(x_1 - x_0) \rho \frac{\partial Q}{\partial t} + \left( \int \rho u^2 dA \right)_{x=x_1} - \left( \int \rho u^2 dA \right)_{x=x_0} = -\rho g A \left[ \left( H + \frac{\rho}{\rho g} \right)_{x=x_1} - \left( H + \frac{\rho}{\rho g} \right)_{x=x_0} \right] + \int_{x_0}^{x_1} 2\pi r_0 \tau_0 dx \dots (1)$$

自由水面 $h_1, h_2$ において、水面は常に平面を伴つものと仮定し、水面 $h_1$ と断面 $x_1$ 、及び断面 $x_2$ と水面 $h_2$ にそれぞれ式(1)を適用し、断面 $x_1, x_2$ に運動量方程式を適用し $H + \frac{\rho}{\rho g} = h$ と略号を用いた次式が得られる。

$$h_0 - h_1 + h_1 = \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ V_1 (x_1 - h_1) \right\} + \frac{1}{g A_1} \int_{A_1} (u_1^2 - V_1^2) dA - \frac{2 \tau_{01}}{\rho g r_{01}} (x_1 - h_1) \dots (2-1)$$

$$h_2 - h_0 - h_2 = \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ V_2 (l + h_2 - x_2) \right\} + \frac{1}{g A_2} \int_{A_2} (V_2^2 - u_2^2) dA - \frac{2 \tau_{02}}{\rho g r_{02}} (l + h_2 - x_2) \dots (2-2)$$

$$h_1 - h_2 = \frac{x_2 - x_1}{8A_2} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{1}{8A_2} \left[ \int_{x_2=x_1}^{x_2=x_2} (v^2 dA - (v^2 dA)) - \frac{1}{A_2} \int_{x_2=x_1}^{x_2=x_2} (h_0 - h_1) dA \right] \dots \dots \dots (2-3)$$

以上の3式を相加せしめて  $H_0, h_1, h_2$  を消去し、微小変動を仮定して、検査面  $x_1, x_2$  は充分  $x_0$  に近づいたとき、領域(Ⅰ),(Ⅱ)の平衡時水深を  $l_1, l_2$  とすれば  $x_1 \neq l_1, x_2, l = l_1 + l_2, \eta = \xi_1, \xi_2$  といふ  $l_1, l_2$  と較べ無様で、速度の2乗の項も無様で、連続条件  $A_1 \xi_1 = A_2 \xi_2$  より  $\xi_1 = 0.5 \xi_2$  で定義する管断面積比  $\alpha$  を導入すれば、次式が得られる<sup>(1)</sup>

$$-(1+\alpha) = -\frac{\omega^2}{g} (\alpha l_1 + l_2) + \frac{2\omega^2}{g} \left[ \frac{J_1(x_1)}{x_1 J_2(x_1)} \cdot \alpha l_1 + \frac{J_1(x_2)}{x_2 J_2(x_2)} \cdot l_2 \right]$$

$x \rightarrow \infty$  には  $J_1(x)/\{x J_2(x)\} \rightarrow 0$  を考慮すれば、非粘性非変数の場合  $\varepsilon \rightarrow 0$  より  $x_1 = r_0 \sqrt{-\frac{\omega}{\varepsilon}}, x_2 = r_0 \sqrt{-\frac{\omega}{\varepsilon}}$  といふ無限大となり、非粘性非変数の速度  $n$  は無次元化しては複素角速度  $\Omega = \omega/n$  の条件式(3)が得られる。  $\therefore 1 = n^2 = g(1+\alpha)/(\alpha l_1 + l_2)$

$$\Omega^2 = \frac{1}{1 - \left[ \frac{J_1(x_1)}{x_1 J_2(x_1)} \frac{2\alpha l_1}{\alpha l_1 + l_2} + \frac{J_1(x_2)}{x_2 J_2(x_2)} \frac{2l_2}{\alpha l_1 + l_2} \right]} \dots \dots \dots (3)$$

### 3 数値計算法

[3-1] 領域(Ⅰ),(Ⅱ)とも層流域にある場合、 $\varepsilon \equiv 0$ 。無次元パラメータ  $\gamma = r_0 \sqrt{\frac{\omega}{g}}$  を導入すれば  $x_1 = \gamma \sqrt{-\Omega^2}, x_2 = \gamma \sqrt{-\Omega^2}, x_2 = x_1 \sqrt{\alpha}, \eta = -\Omega^2 = x_1^4/\gamma^4$  と式(3)より  $\Omega^2$  を消去すれば  $x_1$  についての方程式となる。

[3-2] としとも乱流の場合、 $\varepsilon \equiv \alpha \hat{x}_0 r_0$ <sup>(1)</sup>。式(3)の右辺を  $-F(x_1, x_2)$  と表せば、以下の式が得られる。BPS:  $-\Omega^2 = F(x_1, x_2), x_2^4 = -r_0 \omega^2 \xi \frac{J_1(x_0)}{x_0 J_2(x_0)}, \varepsilon = \alpha \hat{x}_0 r_0, x_0 = r_0 \sqrt{-\frac{\omega}{\varepsilon}}, \eta \xi_1 = \eta^2 \xi_2$ 。式(4)より  $\varepsilon$  を消去し、それと式(2)より  $\hat{x}_0$  を消去すれば  $-\Omega^2 = \hat{x}_0^2 x_0^4 \text{ Amp} \left[ \frac{J_1(x_0)}{x_0 J_2(x_0)} \right] \alpha^2 \frac{\hat{x}_0}{r_0}$  が得られ、位相と振幅に着目すれば、次式が得られる。記号  $\hat{x}$  は複素数  $x$  の根号を表わす。

$$2 \text{Arg} \Omega \pm \pi = 4 \text{Arg} x_0, \quad \hat{x}_0^4 \text{ Amp} \left[ \frac{J_1(x_0)}{x_0 J_2(x_0)} \right] = 1 / \left( \alpha^2 \frac{\hat{x}_0}{r_0} \right) \dots \dots \dots (4)$$

$\alpha$  の関数  $\hat{x}$  は  $\alpha = (2.5 + 0.05 \hat{x}/r_0) \times 10^3$  で与えられるものと<sup>(1)</sup>  $\hat{x}_1, \hat{x}_2$  が与えられると式(4)の式2式から  $\hat{x}_1, \hat{x}_2$  が定まる。位相については次式を満足せねばならない。

$$F(x_1, x_2) = \Omega^2 x_0^4 \text{ Amp} \left[ \frac{J_1(x_0)}{x_0 J_2(x_0)} \right] \cdot \alpha^2 \frac{\hat{x}_0}{r_0} \dots \dots \dots (5)$$

[3-3] 領域(Ⅰ)で乱流、(Ⅱ)で層流の場合、 $x_1 = r_0 \sqrt{-\frac{\omega}{\varepsilon}}, x_2 = r_0 \sqrt{-\frac{\omega}{\varepsilon}}$  であり、新しく  $-\Omega^2 = x_2^4/r_0^4$  が加わる。 $\hat{x}_1$  が与えられると式(4)の式2式より  $\hat{x}_2$  が定まり、 $\hat{x}_2$  が与えられると  $x_2^4/r_0^4 = F(x_1, x_2)$  より  $x_2$  が定まる。8は実験値から  $x_1, x_2$  の位相は等しくなるが、これは必ずしも成り立たない。

### 4 実験と結果、並びに考察

実験は直径5cm 及び10cmの塩化ビニル管を長さ5.93m 及び4.03mで接続した。式(3)の定数は  $l_1 = 5.93\text{m}, l_2 = 4.03\text{m}, \alpha = 4.0, \eta = r_0 \sqrt{\frac{\omega}{g}}$  で定義されるパラメータ  $\gamma$  は  $\gamma_1 = 24.4, \gamma_2 = 48.7$  である。実験結果を図-3に示す。データの散らばりが大きく領域(Ⅰ)→(Ⅱ)への流れと(Ⅱ)→(Ⅰ)との明確な差異を読みとることはできない。後日精密な実験を怠らない。

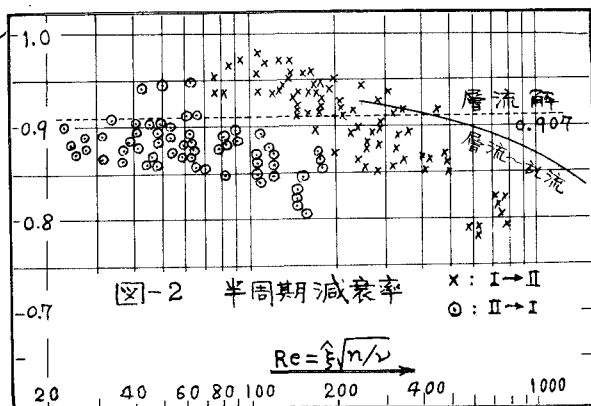


図-2 半周期減衰率

x: I→II  
o: II→I

$$Re = \hat{x} \sqrt{n/\nu}$$

### 参考文献

(1) 佐川, 田川, 「管内自由非変数流の減衰性に関する研究」土木学会論文集208号, 1972. 12