

II-107 dune bedの流砂量に関する一考察

京都大学工学部 正員 中川 博次
 京都大学大学院 学生員 〇辻本 哲郎
 京都大学大学院 学生員 本部 和彦

1. まえがき 流砂量と平均水理量(河床剪断応力, 平均流速等)の関係は, 河床波の存在によって大きく変化することが指摘されている。¹⁾ 移動床現象の大きな特徴は, 現象が流水特性, 河床形状, 流砂の相互作用による点で, 二のため現象を普遍的, 統一的に論ずることが困難になっている。ここでは, 問題を河床形状と流砂量との相互作用という点に絞り, Bagnold²⁾が考案したエネルギーと仕事のバランスによる考え方を「定常進行する二次元三角形」に近似させたdunes又はripplesに適用してその流砂量特性を考察し, 従来の実験データを用いて検討した。

2. dune bedでの掃流砂量 すべし20世紀の初めExnerが砂丘における sand dunesの進行速度が流砂量に比例しdune波高に反比例することを見出したと言わゆるが,³⁾ dunesが多数の実験観察によってそういう状態が認められているように形状不変のまま一定の速度で進行するとき(河床波の「平衡状態」), それを二次元三角形に近似させると次のような関係式が成立することが広く認められている。

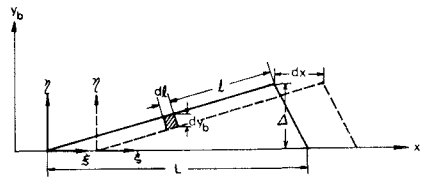


図-1 記号図

$$q_b \approx \frac{1}{2} \Delta L (1-\lambda) / (L/Uw) = \frac{1}{2} Uw \Delta (1-\lambda) \quad (1)$$

ここに q_b : 掃流砂量, Δ, L, Uw : dunesの波高, 波長および進行速度, λ : 空隙率である。Simons⁴⁾は, 最近の測深技術の発達により容易に得られる測深データと(1)式を用いて流砂量が得られることを実験的に確かめた。又(1)式において, $Uw\Delta$ が力学的に決まる量であるとしても, 結局決り得ず実験式で与えたが, 相当のばらつきが見られる。

3. モデル 図-1のような dunesのモデルを考えると, 一波長内で重力, 摩擦力にさからず dt 時間になされる仕事は,

$$dW = \int_0^{(L-\Delta \cot \theta) / \cos \theta} (1-\lambda)(\sigma-p) ddy_0 g (\mu' \cos \theta + \sin \theta) \cdot l = \frac{(1-\lambda)(\sigma-p) g (\mu' + \tan \theta)}{2} (L-\Delta \cot \theta)^2 dy_0 \quad (2)$$

である。ここに σ, p, g, ϕ, μ' はそれぞれ 砂, 流体の密度, 重力加速度, 砂の静止摩擦角および動摩擦係数である。その他の記号は図-1に準拠する。一方, 一波長において流水から河床に供給されるエネルギーは dt 時間当り, 水の失う位置エネルギー $\int_0^L \rho g I \int_0^h u dy dz dt$ から砂の移動限界での剪断応力 τ_c に対して定義した "energy of concealment" $\tau_c L$ を減じ, 亦は Bagnoldの定義した "efficiency" e を考慮すると,

$$dW \equiv e \int_0^L (\tau_0 - \tau_c) U dz dt \approx e (\tau_0 - \tau_c) U L dz dt \quad (3)$$

とおける。ここに I : エネルギー勾配, h : 水深, U : 平均流速である。なお "efficiency" については, τ_c に dunes, ripplesの存在する場合, その背後に生じる剥離渦によるエネルギー損失を評価するのが合理的であると考へ, Engelund⁵⁾にならう dune下流斜面での急流損失の考え方を用いると,

$$e = E_f (\tau_0 U - \rho U^3 \cdot \Delta^2 / 2 L h) / \tau_c U \quad (4)$$

となる。但し, E_f は平坦河床において一様な流れ自体によって失われる分に対するものである。ところで, $Uw = dx/dt$, 上流斜面において $dy/dx \approx \tan \theta$ であるから, (2), (3) および (4) 式より,

$$\frac{Uw R}{u_*^3 d} = \frac{2C(1-\frac{1}{2}C^2 \frac{\Delta^2}{Lh})(1-\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}) \tau_*}{(1-\lambda)(\mu' + \frac{\Delta/L}{1-\frac{1}{2} \cot \phi})(1-\frac{1}{2} \cot \phi)} \frac{\Delta}{L} \quad (5)$$

となる。ここに $C = U/u_*$, $\tau_* = U_*^2 / (g(p-1)d}$, $\tau_{*c} = \tau_c / (g(p-1)d}$, d : 砂粒径, u_* : 摩擦速度である。又(1)式より, 流砂量の無次元表示は,

$$\frac{q_B}{\sqrt{(0.9-1)gd^3}} = \frac{C(1 - \frac{1}{2} \frac{C^2 \Delta L^2}{Lr^2})(1 - \frac{C_* C}{C_*})}{(\mu' + \frac{\Delta L}{L} \cot \phi)(1 - \frac{C}{C_*} \cot \phi)} C_*^{3/2}$$

となる。Cは流木の抵抗を示すから明らかに C_* および粗度形状を示す Δ/L , Δ/r の関数であり、(したがって $(Lw/ua) \cdot (h/d)$, $q_B/\sqrt{(0.9-1)gd^3}$ はともに、 C_* , Δ/L , Δ/r の関数として表示される。 Δ/L , Δ/r は従来 C_* あるいは C_* と他の水理量(u_*d/d , h/d)の関数と考えられ、多くの実験にもとづく経験式が提案されてはいるもの、そのばらつきは相当大きく、力学的に合理的なものも未だ見出されていない。なお(6)式で $\Delta \rightarrow 0$ としたものは、平坦河床に対するBagnoldの流動量公式に一致し、(6)式は河床波の存在によって流動量が平坦河床に対して予測されるものよりかなり小さくなることを示し、逆に言えば“efficiency”の考慮は有効掃流力をエネルギー勾配の割合で考えたのと同値であり、考え方としてはこのようにエネルギーの効率で考えた方が物理的に理解しやすい。また、dunesの発生、発達、減衰に対する Δ/L , Δ/r のモデル化による表示が小さいば、剪断力の増加とともに掃流力の増加率の増大、減小が示され、河床形状と流動量特性を明確に表現できる。

4. 従来の実験データの整理

図-2は、(1)式によって計算された q_B と測定された総流動量 q_T とを比較したもので $1-\lambda=0.7$ とした。流動量の大きいところでは、掃流量の増加のため実験値が大きくなり、又、砂粒の小さいものについては rippleの生じる場合が多くその三次元性のためばらつきが大きいために認められる。図-3は、 $(Lw/ua) \cdot (h/d)$ の C_* による変化であるが、異なる実験者、実験水路の実験値にもかかわらず、値のばらつき範囲は大きいものの Lw の値が非常に小さくデータが不正確と考えられる範囲を除いては一定の傾向が見られる。 Δ/L , Δ/r , Cが C_* に対し実験的パワーを持つため(0次のパワー)とすれば、(5)式で示される1次のパワーが図-3において認められる。図-4は、 Δ/L , Δ/r , C, C_* の測定値から(5)式によって得た $(Lw/ua) \cdot (h/d)$ を実験値と比較したものである。但し平坦河床の流動量公式より、 $C_f=0.56$, $C_*c=0.05$, $\tan \phi=1.0$, $\mu'=0.8$ とした。これによると、相当のばらつきが見られるが、これはdunesの中で三次元性のため抵抗特性が複雑なripplesが併存するもの、抵抗特性が激変し、又支配的形状特性の定まらない transitionへの移行段階にあるものを含むため、平均的なdune河床に限り、実験値の精度を見込めば、(5)式、(6)式によって $(Lw/ua) \cdot (h/d)$, $q_B/\sqrt{(0.9-1)gd^3}$ が推定されるものと思われる。

5. あとがき

C, Δ/L , Δ/r が推定されれば流動量が C_* に対して推定されることを示したか、C, Δ/L , Δ/r も移動床において知りたい未知量²⁾から力学的に合理的な式で与えることが望まれる。とくに Δ/r に関しては水深スケールの乱れによる速度プロフィルの1/4の周期性による説明があるが、河床形状によるせん断力分布によって発生時波長の保持されることを考えれば、初期条件依存性が大きいと思われる。これらの間の関連が盲点となっているようである。今後これらに踏まえて河床波性状をより明確にし、又、河床波の発達段階の非一様、非定常な場に対する形状と流動現象の相互作用作用を砂の移動機構の面からも追求していくつもりである。

<参考文献>

- 1) Carstens & Altinbilek; Proc. ASCE, HY, 1972,
- 2) Bagnold; Geol. Survey Prof. Paper, 1966, 3)
- 3) ; 1948,
- 4) Simons, Richardson & Nordin; Geol. Survey Prof. Paper, 1965,
- 5) Engelund; Proc. ASCE, HY, 1966,
- 6) Yalin; Proc. IAHR, 1971,
- 7) Guy, Simons & Richardson; Geol. Survey Prof. Paper, 1965,
- 8) Stein; J. Geophys. Res., 1965,
- 9) Grigg; Proc. ASCE, HY, 1970

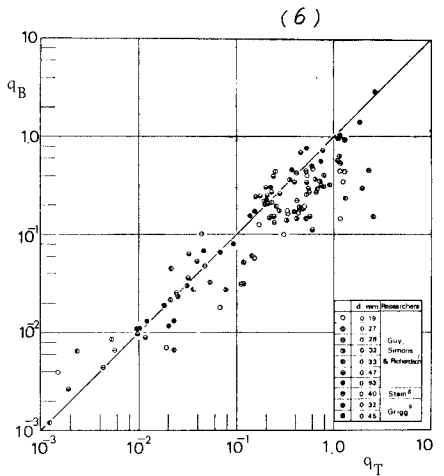


図-2 (1)式の検討

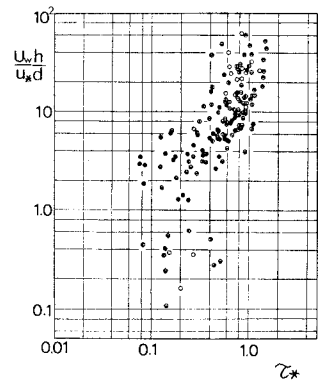


図-3 dune speed

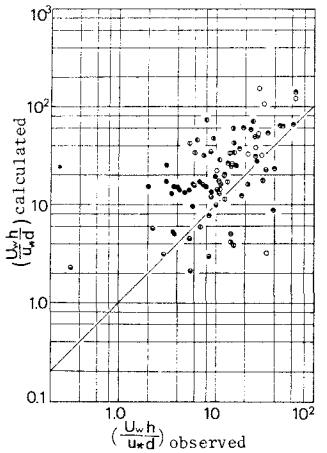


図-4 (5)式の検討