II-100　井戸の揚水による帯水層の特性解析（その３）

－不圧地下水の非定常揚水による帯水層常数の算定について－

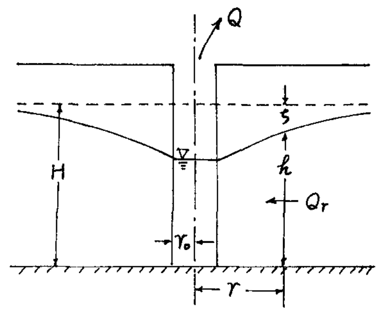
東海大学　正員　○星田義治
東海大学　正員　濱野啓造
東海大学　正員　飯田邦彦

1.) まえがき

不圧地下水の理論式を数値計算したものを用いて、非定常状態の揚水試験から帯水層の透水係数（k）および有効空隙率（β）を求める一方法を提案する。

特にこの方法は数値解析の結果を一つの線図にまとめて、この図を利用することによって機械的に定数（k, β）を求めるものである。

図－1　不圧地下水の井戸



2.) 理論式の数値計算

図－1に示したように、帯水層底面から揚水前の地下水の自由水面までの高さをH，揚水井の中心からrの距離にある点の水位をh，その地点の水位降下をζ，その地点を通過する流量をQ_rとすると基本式は次のように表わされる。

運動方程式　$Q_r = 2\pi r h k \frac{\partial \zeta}{\partial r}$ ·······(1)　　連続方程式　$\frac{\partial Q_r}{\partial r} = 2\pi r \beta \frac{\partial \zeta}{\partial t}$ ·····(2)

ここに，k：透水係数（cm/sec），β：有効空隙率（無次元）

式(1)をrで微分し、式(2)に代入すると、式(3)を得る．

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = CH\left[\frac{\partial}{\partial r}\left\{\left(1-\frac{\zeta}{H}\right)\frac{\partial \zeta}{\partial r}\right\} + \left(1-\frac{\zeta}{H}\right)\frac{1}{r}\frac{\partial \zeta}{\partial r}\right] \quad \text{------------(3)}$$

ただし，$C = k/\beta$ である．　いま、$y = \frac{r^2}{4CHt}$（無次元）とおき，$h = (H-\zeta)$ の関係を用いて、式(3)を変数変換すると，式(4)の常微分方程式を得る．

$$h\frac{d^2h}{dy} + \left(\frac{dh}{dy}\right)^2 + \frac{h}{y}\left(\frac{dh}{dy}\right) + H\left(\frac{dh}{dy}\right) \quad \text{------------------(4)}$$

$g = \frac{h}{H}$ とおいて，式(4)を書き改めると，式(5)の無次元方程式となる．

$$g\frac{d^2g}{dy^2} + \left(\frac{dg}{dy}\right)^2 + \frac{g}{y}\left(\frac{dg}{dy}\right) + \frac{dg}{dy} = 0 \quad \text{-----------------------(5)}$$

式(5)は書き改めると，式(6)となる．

$$\frac{1}{y}\frac{d}{dy}\left(yg\frac{dg}{dy}\right) + \frac{dg}{dy} = 0 \quad \text{----------------------------(6)}$$

境界条件は，$r = r_0$ で，$Q = 2\pi r_0 h k \frac{dh}{dr} = 4\pi k H^2 y g \frac{dg}{dy}$ である．

いま，$Z = yg\frac{dg}{dy}\ \left(= \frac{Q}{4\pi k H^2}\right)$ とおくと，式(6)は，式(7)の連立方程式となる．

$$\left.\begin{aligned}\frac{dZ}{dy} &= -\frac{Z}{g}\\ \frac{dg}{dy} &= \frac{Z}{gy}\end{aligned}\right\} \quad \text{-------------------------------(7)}$$

式(7)を数値計算した結果は図－１に示す通りである

3.) k, β の算定手順

図−1に示した等汲み出し量線図と同じ目盛の片対数方眼紙を用いて縦軸に $g(=\zeta/H)$，横軸に $y'(=r^2/4Ht)$ の値をプロットした曲線図をつくる。

縦軸は全く同じ無次元量 g であるので，目盛を一致させたまゝ，左右に平行移動して，下の等汲み出し量線図に一番よく合致する曲線を探す。

このときの状態は、図−2に示すように，縦軸の g は同一の値であるが，横軸の y，y' については，相対応している目盛A，Bの値をそれぞれ読みとると，k，β は次のようにして求められる。

まず，合致した曲線のZの値を用いて

$$Z = \frac{Q}{4\pi k H^2}$$

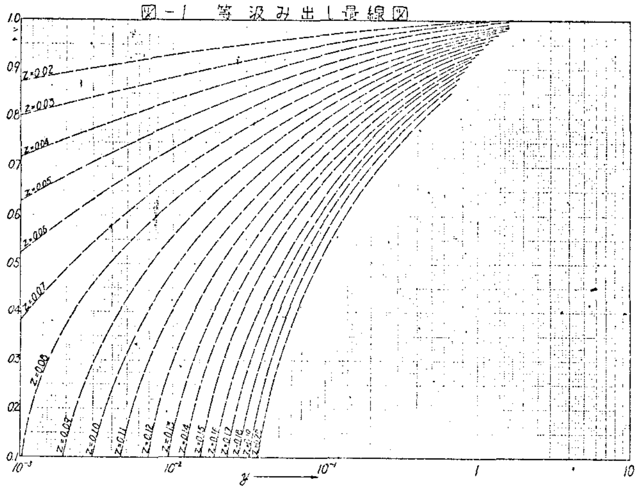
より k を算定する。

次に，y'（Aの読み）に対応する y（Bの読み）の値を用いて

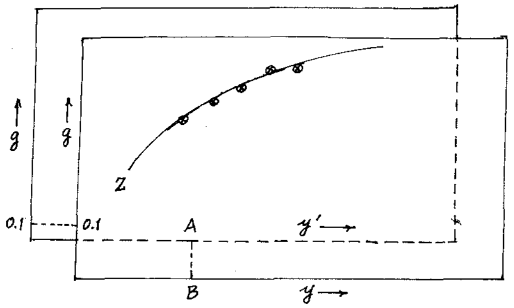
$$y'/y = C = k/\beta$$

より，β を算定する。

図−1 等汲み出し量線図



図−2 k，β の算定図



4.) 従来の研究との比較

井戸の非定常解については、水位降下が小さい（$\zeta/H \ll 1$）とき，(3)式の ζ/H の項を無視して求めたサイスの理論解 $\zeta = \frac{Q}{4\pi k H}W(u)$ がある。この式の両辺をHでわって無次元化すると $g = 1 - ZW(u)$ の形になり、図−1と同じような線図で表わすことができる。そして，水位降下が井戸の深さ（帯水層の水深）の約15%までは図−1の等汲み出し量線と一致するのでこのあたりが使用の限界である。

次に，(3)式を直接解析的に求めたものとして，岸・三宅・池田による理論解がある。これも，$g = 1 - [ZW(u) + \frac{1}{2}\{ZW(u)\}^2 + \frac{1}{2}\{ZW(u)\}^3 + \cdots]$ と変形して，等汲み出し量線図を作ると，k および β を容易に求めることができる。又，この線図は数値解による線図と大体一致している。

以上の方法で，現地揚水試験における揚水井のデーターより算定した結果は，$k = 3.01 \times 10^{-1}$ cm/sec，β = 1.26% であった。この場合は水位降下が小さかったので，サイス・岸・三宅・池田・数値解の三者とも大体一致した。現在室内実験での検証を進めている。

参考文献

星田・濱野・飯田：井戸の揚水による帯水層の特性解析（その2）．第27回土木学会講演会．昭和47年

岸・三宅・池田：井戸への非定常地下水流に対する非線形解．第20回土木学会講演会．昭和40年