II-75　DPによるダム群最適操作

京都大学工学部　正員　高棹琢馬
京都大学工学部　正員○小尻利治

1．はしがき

最近の流域開発にともなう流出場の変化，河道改修の進捗は，洪水流出量を増大させており，また高度の土地利用の要請から，河道の拡幅や遊水池の構築も困難になっている。一方，都市への人口，産業集中は急激な水需要の増加と偏在化をもたらしている。こうした傾向は人間活動にインパクトを与えており，水問題に新たな局面を引き起こしている。とくに，洪水のピーク流量をてい減させ，水系を襲う洪水を安全に流下させる治水の面において，また，増大する水需要に対処する利水の面において，ダム群の最適配置，規模，操作の問題が注目されている。本研究は，ダム群が物理的，経済的諸条件から最適に配置され，その規模も与えられた後に重要となる操作問題をとりあげ，そこにDP理論を導入して最適操作方式の確立をはかり，ダム群統合管理を行なおうとするものである。

2．評価関数

筆者らは従来よりダム操作を数理計画における最適制御問題と解釈して，DPによる定式化を行なってきた。そして，治水目的や目的関数をつぎのように定義した。すなわち，

治水目的　：　$k \equiv max\{Q_{ip}/Q_{id}\} \longrightarrow min.\ (i=1,2,\cdots,m)$ ……(1)

目的関数　：　$J=\sum_{i=1}^{m}\sum_{t=1}^{T}D_i\{Q_i(t)\}$ ……(2)

である。ここに m は評価地点の総数，Q_{id} は評価地点 i の許容流量である。

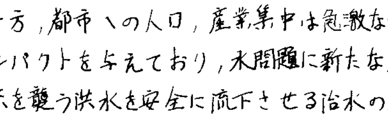
さて，つぎにDPの制御過程の特徴を明らかにし，それをふまえて最適評価関数の提案を行なおう。まず，制御が $t=T$ から $t=i+1$ まで進みつぎの時刻 $t=i$ において，貯水量 $S(i)$ が任意の値 X から $X-1$ に変動したときの評価地点の通過流量系列の変化を考えてみよう。その変化は時間的要素を無視すると，それぞれ各地点で，一般には1箇所，2箇所，……が考えられよう。しかし実際には，1箇所しか変化しておらず，そのことをA-2型（単ダム2評価地点）を例にとって説明しよう。

Fig-1 は2箇所変化をすると仮定した場合であり，Aが $S(i)=X$ でのBが $S(i)=X-1$ での最適放流量系列を示しており，それぞれの貯水量系列 $\{S(t)\}$，放流量系列 $\{O(t)\}$ $(t=T, T-1,\cdots,t)$ も同図に表にして示してある。なお，AとBの間には，$t=k$ において放流量が2ステップ，$t=j$ において1ステップ変化したものとする。

まず，$S(i)=X$ のときの最適放流量系列Aにおいて，$t=k$ で1ステップ減らし，$t=j$ で1ステップ増加した場合，系列の変化は評価地点の通過流量を用いて表わせば，

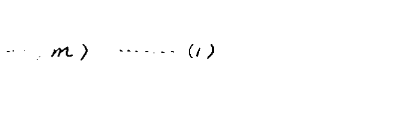
$$K'=max\{a_1Q_1(k),\ a_1Q_1(j),\ a_2Q_2(k),\ a_2Q_2(j)\}$$
$$K''=max\{a_1(Q_1(k)-1),\ a_1(Q_1(j)+1),\ a_2(Q_2(k)-1),\ a_2(Q(j)+1)\} \quad \cdots\cdots(3)$$

となる。ここに a_i は $a_iQ_{id}=const.$ なる定数で，K は治水目



t	T	k	j	i
$S_A(t)$	S(T)	S(k)	S(j)	S(i)
$O_A(t)$	O(T)	O(k)	O(j)	O(i)
$S_B(t)$	S(T)	S(k)	S(j)−2	S(i)−1
$O_B(t)$	O(T)	O(k)−2	O(j)+1	O(i)

Fig.−1



t	T	l	k	j	i
$S_A(t)$	S(T)	S(l)	S(k)	S(j)	S(i)
$O_A(t)$	O(T)	O(l)	O(k)	O(j)	O(i)
$S_B(t)$	S(T)	S(l)	S(k)−1	S(j)−2	S(i)−1
$O_B(t)$	O(T)	O(l)−1	O(k)−1	O(j)+1	O(i)

Fig.−2

計算のように長期にわたる制御で，しかも，各分割期間の初期貯水量が与えやすい場合には大変有効であろう。

4．淀川水系への適用

2節のようにして得られた最適評価関数を用いて，淀川流域における7220号出水，47.7豪雨に適用し，ダム群の統合操作の一例を行なった。なお，制御は淀川ダム統合管理事務所によって推定された流量をもとに計算を行なって放流量を決定し，その後実流入量が入りつぎの時刻の貯水量が決まっている。以後，その放流量系列に応じた放流を行ない，新たに推定流量が決定されると，再びDP計算をして放流量の修正をする適応制御方式をとっている。右図は7220号出水の結果であるが，推定流量の決定時刻は17時，18時，19時，20時，21時，23時の6回である。

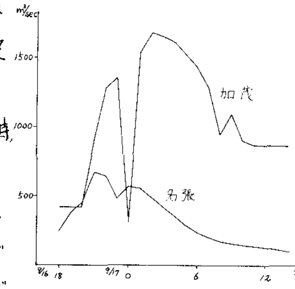


Fig.－4

まず評価地点であるが，現行の操作に用いられている名張，加茂，枚方地点に加えて，天ヶ瀬ダムの制御効果を明確にするために宇治も評価地点とした。つぎに，ダム群の基本パターンへの分類であるが，そのまえに，青蓮寺ダムと高山ダムで直列－又評価地点での制御を行なった。（Fig－4）その結果によると，高山ダムは流入流量に比較して治水容量が大きく，したがって，ダムの自由度も大きいので，加茂地点では単ダム1評価地点として制御した結果と大差なく，ピーク流量にも変化がみられない。それに対して名張地点では，かえって単ダムのときより悪い結果となり，複数ダムとしての制御効果が少なく互いに独立した操作で十分であると思われる。その結果，室生ダムと青蓮寺ダムで並列－1評価地点と考え（Fig－5），一方，高山ダムは天ヶ瀬ダムとで並列－3評価地点として制御を行なった（Fig－6）。前者は空間基準を用いた解で，両ダムを1つの仮想ダムに合成して解を求め，その後，放流量，貯水量を各ダムに配分したものであり，評価関数としては $D(Q(t))=\{Q(t)\}^2$ を用いた。それによると，名張地点のピーク流量の減少は著しく，並列ダム群での制御効果がうかがえる。後者は，最初に単ダム1評価地点の制御で試系列を求め，それを(6)式を使ったDDDPによって最適系列を出したものである。その結果をみると，宇治地点では天ヶ瀬ダムの流入量が大きく最危険地点となる傾向があるので，単ダムでの制御とあまり相違がないのがわかる。しかし，加茂，枚方地点では高山ダムやその他のダムによる効果があり，流量の減少が著しい。また，桂川における日吉ダムは，その流出特性を考えると，他支川のダムとの相関は低く単ダムとして操作すべきであり，評価地点については，新町，亀岡等の上流部を対象とすればよいであろう。なお，この図においてグラフの変化がはげしいのは，計算の便宜上単位を粗にとったのと，推定流量の精度が低いことに起因している。

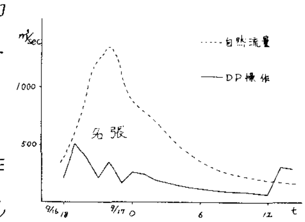


Fig.—5

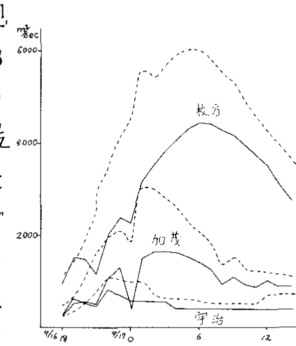


Fig.-6

5．あとがき

以上本研究では，ダム群操作の基礎となる評価関数の最適性の証明と，多期間問題における期間分割法の提案を行ない，さらに，ダム群統合操作として淀川流域の出水での制御例を示した。しかし，こうした方法を実際に使用するには数々の問題が残っていることは否定できない。たとえば，(i)降雨予測ならびに流量推定の精度の向上，(ii)実時間軸上での制御最終貯水量の決定，(iii)河道の貯留効果，ならびに洪水流下の非線形特性の導入等が必要であり，今後の課題である。

参考文献

1)高棹琢馬，池渕周一；複数基準点システムのダム群利水操作について　S47年次学術講演会概要集

2)高棹琢馬，小尻利治；ダム群による治水，利水制御に関する研究　S48年次学術講演会概要集

的(1)式の分母，分子に a_i を乗じたもので K の最小化は制御目的を満たすことになる。ここにおいて，最適系列は変化前のAのときであるから，　$K'<K''$　……(4)　が得られる。つづいて，$S(i)=X-1$ での最適系列Bをとりあげ，$t=k$ で1ステップ増加($O(k)-1$)し，$t=j$ で1ステップ減少($O(j)$)したときを考えると，

$$K'''=\max\{a_1(Q_1(k)-2),\ a_1(Q_1(j)+1),\ a_2(Q_2(k)-2),\ a_2(Q_2(j)+1)\}$$
$$K''''=\max\{a_1(Q_1(k)-1),\ a_1Q_1(j),\ a_2(Q_2(k)-1),\ a_2Q_2(j)\} \quad \text{------}(5)$$

となり，今度はBが最適系列であるから，　$K'''<K''''$　-----(6)　が求まる。ここで，(3)，(5)式を(4)，(6)式の関係を用いると，それぞれ，

$$\max\{a_1(Q_1(k)-1),\ a_2(Q_2(k)-1)\} < \max\{a_1(Q_1(j)+1),\ a_2(Q_2(j)+1)\} \quad \text{------}(3)'$$
$$\max\{a_1(Q_1(j)+1),\ a_2(Q_2(j)+1)\} < \max\{a_1(Q_1(k)-1),\ a_2(Q_2(k)-1)\} \quad \text{-------}(5)'$$

と変形される。これは明らかに矛盾しており，その原因はA，Bを最適系列としたことにある。そこで，これを解決する，たとえば $K''>K'''$ となるようにするとBが最適系列とはならず，$S(i)=X$ での系列と $t=k$ でのみ変化したものが最適系列となる。さらに3箇所変化(Fig-2)したときも同様の証明により，1箇所でしか変化しないことが明らかである。結局，$S(i)=X$ と $S(i)=X-1$ での流量系列の変化は，その時間的要素を無視すれば，各評価地点で常に1箇所の変化にすぎない。したがって，DPにおいて，ある時刻 $t=i-1$ での任意の貯水量 $S(i-1)$ における最適放流量の決定に際して，時刻 $t=i$ での貯水量を順次増加していくときの系列の変化は，貯水量 $S(i)$ のとり得る範囲に左右されている。すなわち，制御時刻 t において，時刻 $t+1$ での状態変数の変動範囲を v_t と定め，$\omega=\min\{v_t,\ T-t+1\}$　($t=T,\cdots 2$)　とすると，その時刻における系列の変化の最大は，その制御時刻を含めると全評価地点で $(\omega+1)m$ となる。ゆえに，評価関数としては

$$D_i\{Q_i(t)\}=\{(\omega+1)m\}^{a_iQ_i(t)-b} \quad (i=1,2,\cdots\cdots,m) \quad \cdots\cdots(6)$$

が想起されるが，その最適性はすでに明らかにした方法と同一であるのでここでは省略する[1]。また，この関数の特徴として，DDDPの適用に際して極めて有効なことである[2]。具体的に言えば，v_t が Corridor の巾に対応しており，それを小さくとると $Q_i(t)$ のとりうる範囲も広がりきめ細かい操作が可能となることである。

3．期間分割法

多次元，多期間の制御においては，記憶容量，計算時間の問題が生じ，その対策として種々の方法を提案してきたが，ここでは，多期間問題に対処する方策として期間分割法を提案する。その方法は，政策空間を時間軸に関して分割し，部分的な解をくり返し求めることにより全体的な最適解に接近させていくのであるが，Fig-3 のような3分割の場合にはつぎのような手順になる。まず，(a)初期貯水量 $S(1)$ と第2期間の最終貯水量 $S_2(T_2+1)$ を固定して，両側からDP計算を行ない，時刻 T_1+1 において2つの目的関数の和($f_1(S)+f_2(S)$)を最小にするものを第1，第2期間の近似系列として求め，$S_1(T_1+1)$ を決定する。つぎに，(b)この値を第2期間の初期貯水量 $S_2(1)$ として，第2，第3期間でDP計算を行ない，同じく目的関数の和($f_2(S)+f_3(S)$)を最小にする近似系列を求め $S_3(1)$ を決定する。この操作をくり返すことによって高次の近似解を求めようとするのだが，解の収束は明らかではなく，最適系列の近くでの振動が予想される。しかし，具体的な計算例では低次の近似解で収束しており，しかも最適解と一致していることを考えると，利水

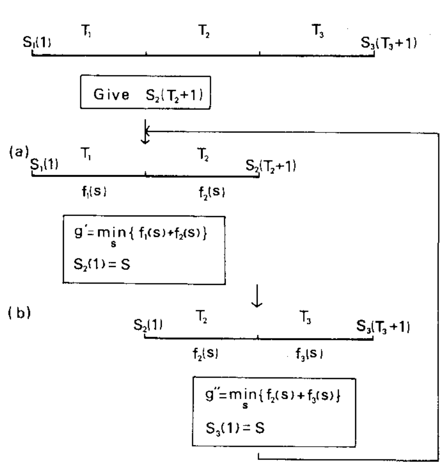


Fig.−3