II-72　地点雨量からの流出計算の試み

法政大学　正会員　西谷 隆亘

1. はじめに

流出解析における線型模型は、シャーマンによるユニットハイドログラフ法の仮説に基づいている。当時は、計算手段の制約があったため、できる限り計算を簡略化する工夫がなされている。すなわち、単入力にするための降水量の流域平均化やデータ間の線型性を予め確保するための計算者個人の主観的な操作などである。そのために、降水量の空間的情報が失われたり、個人的な判断が計算の中に介在したりする。このようなことは、実用上、好ましくない場合がある。しかし、現在では、電子計算機の発達普及により、膨大な単純計算も、充分とは言えないまでも、できるようになってきた。そのため、従来では不可能に近かった多地点の雨量観測資料を使用して、多入力の計算も可能になった。本稿は、直接に、多地点での降雨観測データを入力として、線型回帰模型による流出計算の結果を報告するものである。

2. ユニットハイドログラフ法

ユニットハイドログラフを決定する計算手順は、図-1の如きものである。この節では、流域平均降水量を計算するために失われる降水の空間的分布の情報や有効降水量の出し方の任意性また、ハイドログラフの分離法の任意性の流出計算への影響を簡単に考察する。

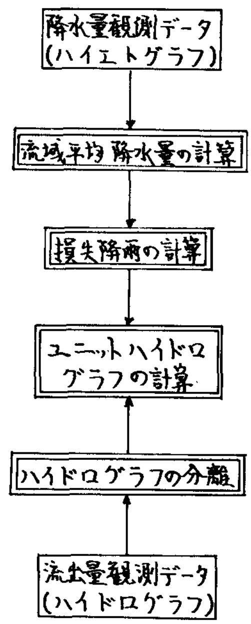

図-1. ユニットハイドログラフの計算手順

i) 流域平均降水量の計算

流域内に m ケの観測点があり、j 地点の時刻 t で始まる降水量データをベクトル $\mathbf{p}_{tj}$ で表わし、それらの流域平均降水量をベクトル $\bar{\mathbf{p}}_t$ で表わす。平均化の加重ベクトルを $\mathbf{a}$ とすると

$$\bar{\mathbf{p}}_t = \mathbf{P}_t \cdot \mathbf{a} \qquad (1)$$

ただし、$\mathbf{P}_t$ は次のようなマトリクス，$\mathbf{a}$ は次のようなベクトルである。

$$\mathbf{P}_t = [\mathbf{p}_{t1}, \mathbf{p}_{t2}, \cdots, \mathbf{p}_{tm}], \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

ii) 有効降水量の計算

損失雨量は初期損失と出水中の損失の二種類あり、出水中の損失の考え方によっては、線型性が大きく失われる。ここでは、出水中の損失については、一定率損失を考える。有効降水量のベクトルを $\mathbf{p}_{et}$ とすると

$$\mathbf{p}_{et} = b \cdot \bar{\mathbf{p}}_t = \mathbf{P}_t \cdot \mathbf{c} \qquad (2)$$

ただし、b は有効降水量の割合、$\mathbf{c} = b \cdot \mathbf{a}$ である。$\mathbf{c}$ を決めることにより、降水データから直接、(2)式により有効降水量が計算される。初期損失は、出水の始まる時点よりの有効降水量を考えることにし、それ以前の降水量を無視すればよい。

iii) ハイドログラフの分離

時刻 t で始まる流出量データのベクトルを $\mathbf{q}_t$，直接流出量を $\mathbf{q}_{rt}$，基底流出量を $\mathbf{q}_{st}$ とすれば

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{q}_{rt} - \mathbf{q}_{st} \qquad (3)$$

q_{st} は理論的に決める定説はない。合理性はないが、ここでは最も単純な水平分離を考える。すなわち

$$q_{rt} = q_t - q_s \qquad (4)$$

ただし、q_s は出水開始時の流量である。

iv) ユニットハイドログラフの決定

ユニットハイドログラフを $\mathbb{U}$ で表わし、直接流出量の始まる時刻を $t=1$ とし、計算値にへをつけて表わすと

$$\hat{q}_{r1} = [\, p_{e1},\, p_{e0},\, p_{e-1},\, \cdots,\, p_{e-\ell+2}\,]\cdot \mathbb{U} \qquad (5)$$

ただし、$\mathbb{U} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_\ell \end{bmatrix}$

あるいは

$$\hat{q}_{r1} = [\, 1,\, \mathbb{P}_e\,]\cdot \mathbb{U}_s \qquad (6)$$

ただし、

$$\mathbb{P}_e = [\, p_{e1},\, p_{e0},\, p_{e-1},\, \cdots,\, p_{e-\ell+2}\,] = \underbrace{\begin{bmatrix} p_{e1} & 0 & 0 & \cdots \\ p_{e2} & p_{e1} & 0 & \\ p_{e3} & p_{e2} & p_{e1} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix}}_{\ell \text{ 列}} \quad , \quad \mathbb{U}_s = \begin{bmatrix} -q_s \\ \mathbb{U} \end{bmatrix}$$

(6) 式を解いて $\mathbb{U}_s$ を決定する。計算上の利点から最小自乗法を用いると

$$\mathbb{U}_s = \left(\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbb{P}_e' \end{bmatrix} [\, 1,\, \mathbb{P}_e\,] \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbb{P}_e' \end{bmatrix} \cdot q_{r1} \right)$$

以上の手続きでユニットハイドログラフを計算する場合、一旦、方法が決まると人為的操作は入らないが、(2) 式及び (6) 式を見ると同時刻の各地点の影響が等しいことがわかる。

V) ユニットハイドログラフ法の一般化

同時刻の各地点の降水量の影響が等しくないように (6) 式を一般化すると

$$\hat{q}_{r1} = [\, 1,\, \mathbb{P}_{11},\, \mathbb{P}_{12},\, \cdots,\, \mathbb{P}_{1m}\,] \begin{bmatrix} u_0 \\ \mathbb{U}_1 \\ \mathbb{U}_2 \\ \vdots \\ \mathbb{U}_m \end{bmatrix} \qquad (7)$$

ただし、

$$\mathbb{P}_{1j} = \underbrace{\begin{bmatrix} p_{1j} & 0 & 0 & \cdots \\ p_{2j} & p_{1j} & 0 & \\ p_{3j} & p_{2j} & p_{1j} & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix}}_{\ell_j \text{ 列}} \quad , \quad \mathbb{U}_j = \begin{bmatrix} u_{1j} \\ u_{2j} \\ \vdots \\ u_{\ell_j j} \end{bmatrix}$$

(7)式の u_0, $\mathbb{U}_j$ を最小自乗法により決定すると

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ \mathbb{U}_1 \\ \mathbb{U}_2 \\ \vdots \\ \mathbb{U}_m \end{bmatrix} = (\mathbb{P}'\mathbb{P})^{-1}(\mathbb{P}'q_r) \qquad (8)$$

ただし、$\mathbb{P} = [\, 1,\, \mathbb{P}_{11},\, \mathbb{P}_{12},\, \cdots,\, \mathbb{P}_{1m}\,]$

本稿では (8) 式の結果を用いて、(7) 式の再現性を検討する。(7)式は線型回帰模型であるが、入出力データ相互の関係は、通常的な意味での線型関係にはないことは明らかである。また、各降水観測点のデータがその都度利用されているので、各地点の入力の応答は独立である。計算遂行上の問題点は計算機の大きな記憶容量を必要とすることや適切な降雨観測点の選択である。

3．おわりに

流域平均降雨や損失雨量の計算、また、ハイドログラフの分離を行わないで、直接、生データによる流出計算は、個人的判断が入らない利点はあるが、計算法の妥当性は、計算結果から直ちには判らない。というのは現状の降水観測網がこういう計算に充分かどうか不明だからである。最適な降水観測網の条件が、正しい流域平均降水量の算定を目指して配置される事は一面での妥当性はあるが、真の流域平均降水量を知ることは不可能であるという矛盾がある。以上の意味から適切な流出計算法と結びつけられた降水観測網の確立は、急務の事柄だろう。