II-19　球形物体の波による鉛直方向の流体力 ― 進行波の場合 ―

琉球大学理工学部　正員　河野二夫
〃　〃　○筒井茂明

1)　はじめに

海洋開発の具体化に伴なって，海中構造物に作用する波力の動的応答特性に関する検討が必要になってくる。このことに関しては現在まで多くの研究がなされているが，鉛直方向の流体力についてはまだ多くの問題点が残されているように思われる。本論文は図－1に示すように，進行波の中に球形物体をバネ系で固定した場合の波による物体の応答について考察したものである。Harleman & Shapiro[1] は Keulegan & Carpenter[2] が示した parameter, $u_m \cdot T/D$（以下 PP と略記する）の値を用いて，PP 値が小さい場合は慣性力が卓越し，大きい場合は抗力が卓越すると述べている。このことは慣性力と抗力の比が，$\frac{8}{3}\pi \cdot (C_M/C_D) \cdot \frac{1}{PP}$ となることから説明している。

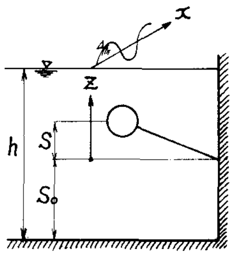


Fig-1 Diagram of a test equipment

水平方向の波力から C_D を逆算し，PP 値との関係を示すと図－2のようになる。慣性力と抗力の比率は C_D と PP の値に対してはその積の逆数になっているので，図－2から計算すると図－3となる。図によるとPP値がある値より大きくなると，上記の説明とは逆になる傾向がみられる。波による鉛直方向の流体力については，水平方向の場合より学問的には多くの問題点が含まれている様に思われる。とくに，バネ系による相対速度の大きい場合が複雑である。

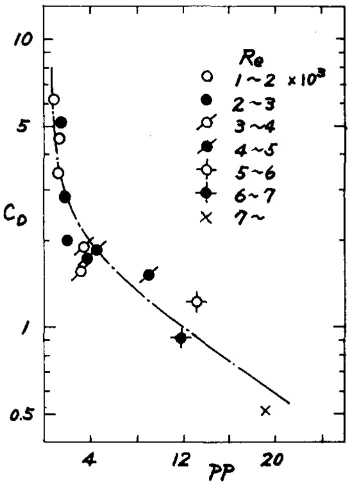


Fig-2 Relationship between C_D and period parameter PP

2)　理論的考察

物体に作用する流体力（p）を次式で示す。

$$p = C_M \cdot \rho \frac{\pi d^3}{6} \frac{\partial}{\partial t}(w - \dot{z}) \pm \frac{1}{8} C_D \rho \pi d^2 (w - \dot{z})^2 \quad \cdots (1)$$

ここに，C_M，C_D はそれぞれ質量係数と抗力係数であり，ρ．d，w はそれぞれ流体の密度，球径，水粒子の鉛直速度成分である。物理的に考えて右辺第2項の（±）は $w - \dot{z} > 0$ のとき（+）である。（1）式に波動のポテンシャルから計算される w を代入し積分すると次式がえられる。

$$P = -2C_M \cdot m\ddot{z} + P_0 \sin\omega t \pm \frac{3}{8} m \frac{C_D}{d} \left\{ \omega H \frac{\sinh k(S+S_0)}{\sinh kh} \right\}^2 \left\{ \cos\omega t + \frac{\dot{z}}{F_1} \right\}^2 \quad \cdots (2.1)$$

$$P_0 = \frac{3}{2} m H \omega^2 \frac{\sinh k(S+S_0)}{\sinh kh} \quad \cdots (2.2)$$

$$F_1 = \frac{\pi H}{T} \frac{\sinh k(S+S_0)}{\sinh kh} \quad \cdots (2.3)$$

ここに，m；$\frac{1}{12}\rho\pi d^3$，H；波高，ω；$2\pi/T$，k；$2\pi/L$ であり，一般に C_M は球殻の運動に対して $\frac{1}{2}$，流体の運動に対して $\frac{3}{2}$ である。

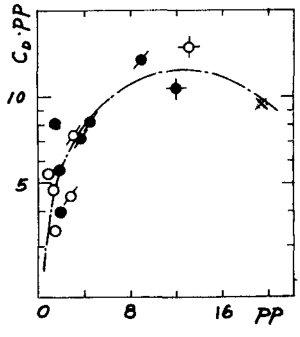


Fig-3 Computted values of $C_D \cdot PP$ and PP

球体の中心は浮力と自重により静水中では $z = S$ の位置にある。バネ定数をKとすると，$S = (2m - M)g/K$ である。ただし，Mは球殻の質量である。

（2）式の P を流体力とすると，振動方程式は次式で表わされる。

$$\ddot{Z} + 2q\dot{z} + \omega_0^2(Z-S) = \frac{3}{2}\xi H\omega^2\frac{\sinh k(S+S_0)}{\sinh kh}\sin\omega t \pm \frac{3}{8}\xi C_D\left(\frac{\omega H}{d}\right)^2\left\{\frac{\sinh k(S+S_0)}{\sinh kh}\right\}^2\left\{\cos\omega t + \frac{\dot{z}}{H_1}\right\}^2 \cdots(3)$$

上式で $\xi = m/(m+M)$，(±) は｛　｝内が正のとき(+)をとる。$Z-S = \frac{3}{2}\xi H\cdot\frac{\sinh k(S+S_0)}{\sinh kh}\cdot Y(\tau)$，$\tau=\omega t$ とすると，(3)式は，

$$\left.\begin{aligned} &Y'' + \frac{2q}{\omega}Y' + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 Y = \sin\tau \pm \varepsilon\left\{\cos\tau + \frac{\dot{z}}{H_1}\right\}^2 \\ &\varepsilon = \frac{1}{4}C_D\frac{H}{d}\frac{\sinh k(S+S_0)}{\sinh kh} = \frac{1}{4}\frac{C_D}{\pi}\frac{\nu T}{d^2}R_e < \frac{3}{8}\frac{C_D}{\pi}\frac{\nu T}{d^2}R_e < 1 \end{aligned}\right\} \cdots(4)$$

となる。(4)式において，ν；動粘性係数，R_e；Reynolds'数，T；波の周期である。

(4)式の Y を ε のべき級数に展開し，摂動法により求めると次式がえられる。ただし，非線形項では $\zeta \ll 1$ と仮定し，かつ波の3倍周波数は省略してある。

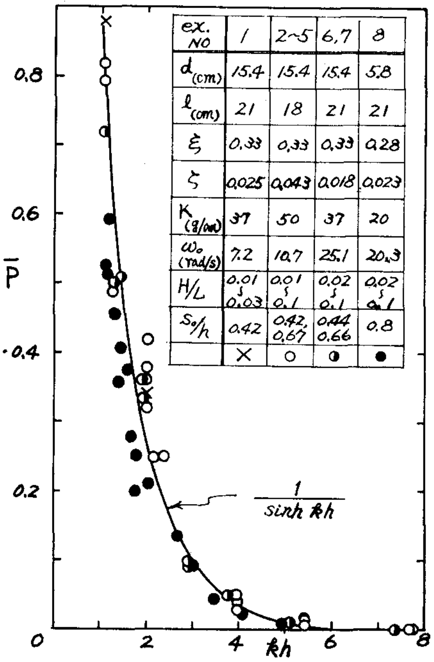
$$Y = \left\{A_0 + \frac{3}{8\pi}C_D\cdot PP A_0^2\right\}\sin(\tau+\delta) + \left\{\frac{1}{2} - \frac{9}{8}\xi^2 A_0^2\right\}\frac{1}{4\pi}C_D PP\,A_1\cos(2\tau+\gamma) \quad \cdots(5)$$

ただし，

$$\left.\begin{aligned} A_0 &= \frac{(\omega/\omega_0)^2}{\sqrt{\{1-(\omega/\omega_0)^2\}^2 + \{2\zeta\,\omega/\omega_0\}^2}} \\ A_1 &= \frac{(\omega/\omega_0)^2}{\sqrt{\{1-(2\omega/\omega_0)^2\}^2 + \{4\zeta\,\omega/\omega_0\}^2}} \\ PP &= \frac{\pi H}{d}\frac{\sinh k(S+S_0)}{\sinh kh} \\ \tan\delta &= -\frac{2\zeta\,\omega/\omega_0}{1-(\omega/\omega_0)^2} \\ \tan\gamma &= -\frac{4\zeta\,\omega/\omega_0}{1-(2\omega/\omega_0)^2} \end{aligned}\right\} \cdots(6)$$

また，流体力については1次近似解だけを与えると次式になる。

$$\bar{P} = \frac{P-(2m-M)g}{\frac{1}{2}\rho\pi^3 d^3\frac{H}{T^2}\sinh k(S+S_0)} = \frac{1}{\sinh kh} \quad \cdots(7)$$



ex. NO	1	2~5	6,7	8
d (cm)	15.4	15.4	15.4	5.8
ℓ (cm)	21	18	21	21
ξ	0.33	0.33	0.33	0.28
ζ	0.025	0.043	0.018	0.023
K (g/cm)	37	50	37	20
ω_0 (rad/s)	7.2	10.7	25.1	20.3
H/L	0.01 ~ 0.03	0.01 ~ 0.1	0.02 ~ 0.1	0.02 ~ 0.1
S_0/h	0.42	0.42, 0.67	0.44 0.66	0.8
	×	○	◑	●

Fig-4 Pressures acting on a sphere (computed curves and experimental results)

3) 結果と考察

実験に使用した水路は延長約30mの大型造波水路である。実験結果を要約すると，大体つぎのようになる。

a) 抗力係数とperiod parameter の関係（図-2,3）

図から C_D と PPの値は何らかの相関を有することがわかる。ただし，質量力が働らかないと仮定したときの波動中の特定点の値である。

b) 流体力について（図-4）

理論と実験値は極めて一致している。

c) 球の振動振幅について（図-5）

実験値と理論とあまり一致していないが，その傾向は示している。一致しない理由は，抗力や，バネ定数，波形などが考えられる。

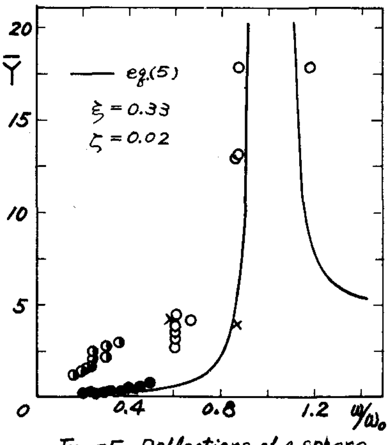


Fig-5 Deflections of a sphere

参考文献：1) D.R.F.Harleman and W.C.Shapiro ; The dynamics of a submerged moored sphere in oscillatory waves, COASTAL ENG. Vol.12 1961. 2) G.H.Keulegan and L.H.Carpenter ; Forces on cylinders and plates in an oscillating fluid, National Bureau of S.S. 4821, 1956.