II-7 浅水波の変形機構に関する考察

名古屋工業大学 正員 石田 昭

1. はしがき： 浅水領域においてその存在が知られている二次波峯現象は，近年になって注目され始めたSoliton という分裂波峯と同一の現象であり，著者らはこうした非定形波現象に関して研究を続けている。本報告は非定形波現象の発生機構に関して Phillips[2] の Resonance 理論に基づく考察を行なったものである。

2. 非定形波形の表示： 二次波峯現象を構成する成分波の中で振幅の大きなものだけを取り出すと，波形は次式のように表示できることはすでに述べた[1]。

$$\eta(t,x)=A_{01}\cos(k_1x-\sigma_1t)+A_{02}\cos(2k_1x-2\sigma_1t+\theta_{02})$$
$$+A_{03}\cos(3k_1x-3\sigma_1t+\theta_{03})+A_{11}\cos\{(k_1+\Delta k)x-\sigma_1t+\theta_{11}\}$$
$$+A_{12}\cos\{(2k_1+\Delta k)x-2\sigma_1t+\theta_{12}\}$$
$$+A_{13}\cos\{(3k_1+\Delta k)x-3\sigma_1t+\theta_{13}\} \qquad (1)$$

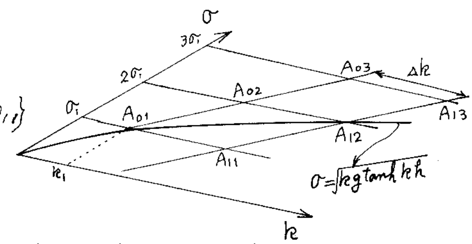

図-1 成分波の波数・周波数関係

ここに，$A_{01}\sim A_{13}$ および $\theta_{02}\sim\theta_{13}$ は成分波の振幅および初期位相であり，k_1，σ_1 は基本波の波数および周波数である。Δk は $\Delta k=2\pi/X$ であり，X は二次波峯の発生間隔あるいは同一波形の再現される間隔である。この長さは水深波長比 h/L が小さくなるほど長くなることが知られている。図-1 は各成分波の波数と周波数の関係を示したもので，成分波を $A_{01}\sim A_{13}$ で示してある。ここで注目すべき点は A_{01} および A_{12} が自由波の波数・周波数関係を満たしていることである。

3. Resonance 理論の概念： Phillips[2] の見い出した resonance の理論は次のようなものである。周波数 σ_1 および σ_2 である二つの自由波を考え，その波数をそれぞれ k_1，k_2 とする。微小振幅であれば干渉波は発生しないが，振幅が大きくなると非線型効果による二次干渉によって，それぞれ和と差の周波数 $(\sigma_1\pm\sigma_2)$ および波数 $(k_1\pm k_2)$ を持った干渉波が発生する。この干渉波は一般にストークス波の才２項に相当するような拘束波であるが，この波が自由波となる場合，すなわち

$$\sigma_1\pm\sigma_2=\sqrt{|k_1\pm k_2|\,g\tanh|k_1\pm k_2|\,h} \qquad (2)$$

を満足する場合には，resonance によってもとの二つの自由波から，新しい自由波へエネルギーが輸送されて，振幅が時間の一次関数で増大する。そしてもとの自由波と同じ程度の振幅になるまで成長する。しかしながら二つの自由波の波数と周波数の間には

$$\sigma_1=\sqrt{k_1g\tanh k_1h} \quad (3) \qquad \sigma_2=\sqrt{k_2g\tanh k_2h} \quad (4)$$

の関係があるので，一般に (2) 式を満足することはできず resonance は二次干渉では存在せず，三次以上の干渉において存在する。すなわち三つの自由波の間に

$$\sigma_1\pm\sigma_2\pm\sigma_3=\sqrt{|k_1\pm k_2\pm k_3|\,g\tanh|k_1\pm k_2\pm k_3|\,h} \qquad (5)$$

の関係があるときに resonance による第4番目の自由波が発生する。

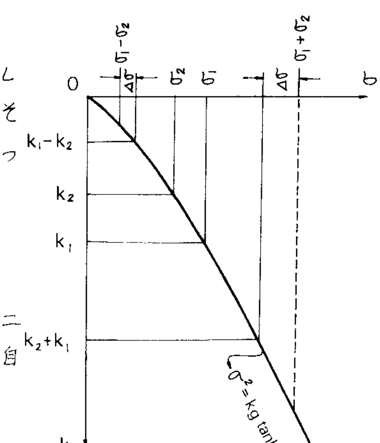

図-2 二次干渉波の波数・周波数関係

4. Near-Resonance の概念： Phillips は h/L が小さい長波性の波についても言及している。h/L が小さい場合には $\tanh kh \doteqdot kh$ で

あるから，(3)式 (4)式はつぎのようになる。

$$\sigma_1 \fallingdotseq \sqrt{gh}\,k_1 \qquad (6)$$

$$\sigma_2 \fallingdotseq \sqrt{gh}\,k_2 \qquad (7)$$

すなわちσとkの関係式が線型に近づくために，(2)式も

$$\sigma_1 \pm \sigma_2 \fallingdotseq \sqrt{gh}\,|k_1 \pm k_2| \qquad (8)$$

となり，resonanceの条件を近似的に満足するようになる。したがって二次干渉においても自由波が発生するがその成長には限度があり，振幅は二次干渉によって発生する拘束波の周波数と，同じ波数を持った自由波の周波数との差に逆比例する。すなわち図-2においてΔσで示される量に逆比例する。Bryant[3]は，こうした現象をNear-Resonanceと呼んでいる。このように長波性の波ならば二次干渉において，任意の波数の間でresonanceが起こり，とくに差の波数を持つ干渉波ほどΔσが小さいので振幅が大きくなる。

5. 浅水波の変形機構：near-resonanceにおいて$k_1=k_2$，すなわち一つの波自身の干渉を考えると，差の波数を持つ拘束波は意味がなく，和の波数$k_1+k_2=2k_1$を持った拘束波（A_{02}に相当し，ストークス波の才2項のような波）が発生する。図-3のΔσが小さくなるほどnear-resonanceによって振幅の大きな自由波が発生することになるが，発生する自由波を図-3のように，波数$2k_1$，周波数$2\sigma_1-\Delta\sigma$であると考えると，周波数の若干違う波が合成されることになり，時間波形は基本波の周期で繰り返えさなくなり，造波水槽内での実験結果に合わない。したがって$\Delta\sigma\approx 0$と$\Delta k\approx 0$は同じであるから，図-4のように発生する自由波を波数$2k_1+\Delta k$，周波数$2\sigma_1$（A_{12}に相当する波）と考えるのが妥当であろう。つぎにこうして発生した自由波と最初の自由波（A_{01}に相当する波）との二次干渉によって生ずる拘束波は，波数および周波数の和と差をとると，それぞれ（$3k_1+\Delta k, 3\sigma_1$）および（$k_1+\Delta k, \sigma_1$）となる。これは図-4において白丸印で示すもので，A_{13}およびA_{11}に相当している。また基本波A_{01}自身の三次干渉による拘束波としてA_{03}に相当する波が発生する。以上によって(1)式で表示されるような二次波峯現象を構成する成分波の発生が説明できることになる。図-5，図-6は一例としてA_{11}/A_{01}の値とh/Lとの関係を示したもので，図-5は実験波形を解析して得たもので，図-6はKDV方程式にもとづく数値解析波形から得たものである。A_{12}およびA_{13}についても同じ傾向があった。すなわちΔkが小さくなるほど（h/Lが小さくなるほど）干渉波の振幅は大きくなることを示している。以上のことから浅水波の変形機構を，Resonance理論から説明することは可能であると思われる。

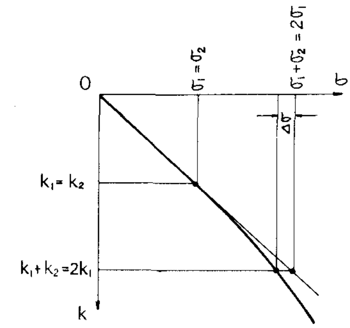

図-3 二次自由波の波数を規定した場合のk-σ関係

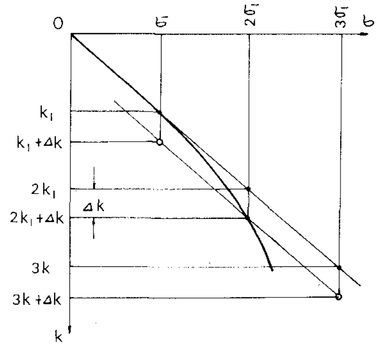

図-4 二次自由波の周波数を規定した場合のk-σ関係

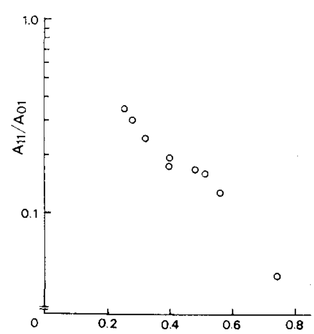

図-5 実験波形から求めたA11/A01

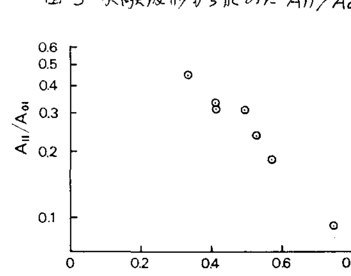

図-6 数値解析波形から求めたA11/A01

参考文献

1) 石田昭，土木学会才26回年講概要集 昭46.10
2) Phillips, O.M., Jour. Fluid Mech. Vol. 9(2) 1960, pp. 193-217.
3) Bryant, P.J., Jour. Fluid Mech., Vol 59(4), 1973, pp. 625-644.