

京大防災研究所 正会員 土屋義人
京大大学院 学生会員 安田孝志

1. 緒言 沿岸流や沿岸漂砂などの浅海域での輸送現象には、波による質量輸送が重要と見えてくる。一方、浅海域では波の理論としてク/イド波理論が必要となり、またそれによる質量輸送現象の解明が要求されることになる。ところで、ク/イド波理論による質量輸送に関する研究としてはすでに Le Méhauté や土屋らのものがあるが、Le Méhauté の理論は物理的な波速の定義を必要とする従来の有限振幅波理論としての欠陥に直接的影響を受け、波速の定義の任意性に質量輸送速度が依存することになる。本研究では、著者らにより、新しく提案されたク/イド波理論の第2次近似解を用いて、質量輸送に関する若干の研究を行ひ、たので、その概要を述べる。

2. 質量輸送速度と波速の定義 Stokes の波速の定義は、周知のように、水平水粒子速度を u および波速を c とすれば、それぞれ次式で表わされる。そして、質量輸送速度はそれぞれ表-1 の表示のようになる。

Stokes の波速の第1定義: $C_1 = \frac{1}{c} \int_0^L u dx$; $u_w = u - C_1 \int_0^L u_w dx = 0$ (1)

Stokes の波速の第2定義: $C_2 = \frac{1}{c} \int_0^L u dz dx$; $u_w = u - C_2 \int_0^L u_w dz dx = 0$ (2)

このように、流体運動の特性が波速の定義によつて異なり、互異なるので、波による質量輸送現象を解明するために、式(1)あるいは式(2)のいずれを用いるべきかでは無く、物理的な波速の定義を必要としない波動理論に基づく必要がある。このため、すでに著者らは流体運動の内部には自らの拘束も与えず、水面変動に對してのみ波動運動を仮定して、水面変動に関する波動方程式を誘導し、新しいク/イド波理論を展開した。この理論によれば、波速は一義的に決定され、たとえば水平および鉛直水粒子速度は次式で表わされる。その結果質量輸送速度は一義的に決定されると考えられる。

$$\left. \begin{aligned} u/\sqrt{gh} &= (u_1 + u_2) = -(\eta/h)(E/F - 1 + k^2)/k^2 + (\eta/h)cn^2\theta + (1/4k^2)(\eta/h)^2\{E/F(8 - 5k^2 - 4(E/F)) + 7k^2 - 3k^4 - 4 - 3k^2(1 - k^2)z^2 + (1/4k^2)(\eta/h)^2 \\ &\quad \{7k^2 - 6 + 2(E/F) - 6(2k^2 - 1)z^2\}cn^2\theta + (9z^2/4 - 1)(\eta/h)^2cn^2\theta, w/\sqrt{gh} = (w_1 + w_2) = z[3(\eta/h)^3/k^2]^{1/2}cna \cdot sna \cdot dn\theta + z(1/8k^2)[3(\eta/h)^5/k^2]^{1/2} \\ &\quad \{16(E/F) + 19k^2 - 22 + 4z^2(1 - 2k^2) + 4k^2(3z^2 - 4)cn^2\theta\}cna \cdot sna \cdot dn\theta \end{aligned} \right\} (3)$$

ここに、 $\theta = d(x - c^*t)$, $x^* = x/h$, $z^* = z/h$, $t^* = t/\sqrt{gh}$ および $c^* = c/\sqrt{gh}$ であり、 k は楕円積分の母数、 F および E はそれぞれ第1および第2種完全楕円積分、 cn, sn, dn はそれぞれ Jacobi の楕円関数である。さらに、 d と c^* は次式で表わされる。

$$d = [3(\eta/h)/4k^2]^{1/2} \{ [1 + (1/8k^2)(\eta/h)^2\{12(E/F) + 5k^2 - 10\} - (1/28k^4)(\eta/h)^2\{12(E/F) + 5k^2 - 10\}]\}^{1/2}, c^* = 1 + (1/2k^2)(\eta/h)^2 \{ 2 - 3(E/F) - k^2 + (3/20k^4)(\eta/h)^2(6k^2 - 6 - k^4) + (1/40k^2)(\eta/h)^2\{97(E/F) - 45k^2 - 83\} \}$$

3. 水粒子の軌跡 図-1の座標系と式(3)を用いければ、次式によつて、Euler座標での水粒子速度ベクトル $U(u\hat{i} + w\hat{j})$ を Lagrange 座標での速度ベクトル $U(U\hat{i} + W\hat{j})$ に変換することができる。

$$U(x, t) = U(x + \int_0^t U(x, \tau) d\tau, t) = U(x, t) + \{ \int_0^t U d\tau \} \nabla U + \frac{1}{2} \{ \int_0^t U d\tau \}^2 \nabla^2 U + \dots (5)$$

$$\left. \begin{aligned} U/\sqrt{gh} &= (\eta/h)\{cn^2\theta - (E/F - 1 + k^2)/k^2 + (1/4k^2)(\eta/h)^2\{7k^2 - 3k^4 - 4 + (E/F)\{8 - 4(E/F) - 5k^2\} - 3k^2(1 - k^2)z^2 + (1/4k^2)(\eta/h)^2\{7k^2 - 6 + 2(E/F) - 6(2k^2 - 1)z^2\} \\ &\quad cn^2\theta + (\eta/h)^2\{9z^2/4 - 1\}cn^2\theta - (2/k^2c^*)(\eta/h)^2\{E/F(\theta - \theta_0) + E(\theta_0) - E(\theta)\}\}, W/\sqrt{gh} = z[3(\eta/h)^3/k^2]^{1/2} \{ 1 + (1/8k^2)(\eta/h)^2\{16(E/F) + 19k^2 - 22 \\ &\quad + 4z^2(1 - 2k^2) + 4k^2(3z^2 - 4)cn^2\theta\}cna \cdot sna \cdot dn\theta - (3/k^2c^*)(3(\eta/h)^5/k^2)^{1/2}\{E(\theta) - E(\theta_0) - (E/F)(\theta - \theta_0)\}\{3k^2cn^2\theta - 4k^2cn^2\theta + 2cn^2\theta - 1\} \\ &\quad - (3z^2/2k^2c^*)(\eta/h)^3\{cn^2\theta_0 - cn^2\theta\}cna \cdot sna \cdot dn\theta \end{aligned} \right\} (6)$$

ここに、 $\theta_0 = d x^*$ であり、また $E(\theta)$ は Jacobi の E 関数である。

表-1 質量輸送速度に関する従来の理論

Wave theory	Definition of wave celerity	Total mass transport	Mass transport velocity $U_m/\sqrt{gh}$
Stokes (Stokes waves)	first definition	exist	$\frac{C_0}{8} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 H^2 \frac{\cosh(4\pi z/L)}{\sinh^2(2\pi h/L)}$
	second definition	vanished	$\frac{C_0}{8} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 H^2 \frac{\cosh(4\pi z/L)}{\sinh^2(2\pi h/L)} - \frac{\pi H^2}{4hL} \coth(2\pi h/L)$
Le Méhauté (cnoidal waves)	first definition	exist	$\frac{(E/F)}{24k^*} (2 - k^2)(H/h_c)^2 c_L$
	second definition	vanished	none
Authors (cnoidal waves)	unnecessary	exist	$\frac{(H/h)^2}{6k^*} \{ (E/F) [2 - 3(E/F) - 2k^2] + k^2 - 1 \} - \frac{(H/h)^2}{3k^* c^*} \{ (E/F) [3(E/F) - 4 + 2k^2] - k + 1 \}$

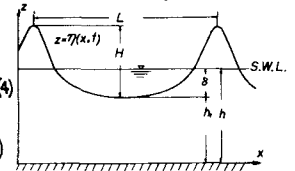


図-1 座標系と記号

Longuet-Higginsの方法: $\dot{r} = \dot{a} + \int_0^t \dot{u}(a,t) dt = \dot{a} + \int_0^t [\dot{u}(a,t) + \int_0^t \dot{u}(a,t) dt] v(t) dt$ (4)

計算機による方法: $\int_0^t \dot{u} dt$ は 1 周期の間必ずしも増加しなくてはなりとせず、1 周期 T を N 個に分割し、 N 個ごとの積分計算を行い、各 step ごとに定まる水粒子位置を a として、つぎの計算を行う。

計算機による方法: 粒子は1周期の間必ずしも均しくはなるとして, 1周期TをN個に分割し, T/N ごとの積分計算を行う。各stepごとに定まる水粒子位置を $\mathbf{r}_i$ として, つぎの計算を行う。

式(7)と(8)の計算結果を図2に示す。ここで、実線は式(7)によるものであり

[illegible]

をいかに厳密にせよとてまい。むしろある程度の粗美はとり便所にあると考
 へ、同様のところへ一致しているが、持主がまづ厚、という、要するに、

[illegible]

に因つては、ていさくはる便向を示す。なお、従来の定義に従つて計算

4. γ / イデ波の質量輸送 前節したように、波屋の定義で流体運動の内部が拘

口とあり、輸送現象は水面形と水粒子速度とのcouplingにより生じるが、 γ 2定義

前述したように波速の定義に左右されてしまうので、一般にEuler座標で波動理論が

毎日の生活の中で、若手の疑問を持つ。二頁、著者らの理論では、身体内部における平均運動

3. 同日、ある爆弾で走下りたところ、村長系朱下輸美キれるTと、う輸美量ととも、たて、

下田鐵山を交へる。これ故、古の人々ハバク Elder 生標に於ける夏里鐵山をさ

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 下田鐵山を交へる。これ故、古の人々ハバク Elder 生標に於ける夏里鐵山をさ

11/3

$\sigma_{\text{eff}} = \int_0^1 (4 \ln n) \frac{d^2 n}{dn^2} = (2\pi^2) (1/n) \cdot \frac{1}{n} (1/n) (1-2n^2-3 \ln n)$

$$\frac{d}{dt} \langle h^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \langle h^2 \rangle \right) d^2 x = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \langle \eta \eta \rangle = 1 + \frac{1}{2} \langle \eta \eta \rangle = 4$$

1) 孤立素の Q_2 との関係から $(\frac{1}{4})^{(Q_2/2)} \cdot (4\pi)^{Q_2/2}$ に

5. 英語以上、英語以下の児童の割合について

10⁻² 2 4 6 8 10 h/H 2

[illegible]