

東京工業大学 正員 吉田 裕
建設省 正員 ○岡山和生

はじめに： 著者らは、加速度波形の積分と梁の静力学的解析とのアナロジーに着目し、弾性基礎上の梁の部材力と求める計算のアルゴリズムを濾波計算に適用することを提案した^{*}。こゝでは、さらに一般性と持たせた形で基礎方程式を与え、微分方程式の数値解法としてマトリックス法を適用することによって得られるデジタル・フィルターのアルゴリズムを提示する。

基礎方程式： フィルターのシステムを式(1)の微分方程式で定義する。式(1)の特解 φ は、外乱 $\bar{f}$ を式(2)のように展開するとき、式(3)のように与えられる。式(3)、(4)から、式(1)の特解 φ だけを考えると、式(1)のシステムにおける出力 $\beta\varphi$ の、入力 $\bar{f}$ に対する周波数応答関数 H は式(4)のように与えられることが分る。

数値解法： 基礎方程式(1)を Euler 方程式として与えるような汎関数 Π を式(5)のように与えることができる。 φ は領域 $0 \leq t \leq T$ で定義され連続関数であり、 $\varphi^{(n)}$ は φ の t による n 階微分を意味する。また、 $\bar{f}$ は、 $t=0$ および T において与えられる境界条件である。すなわち、汎関数 Π の停留条件から、式(6)、(7)が得られる。領域 $(0 \leq t \leq T)$ を部分領域の集合として表現し、式(5)の変分問題が構成されるためには、 φ は部分領域内で $2n$ 階の微分まで存在し連続であることが必要であり、部分領域間では $n-1$ 階の微分まで連続であることが必要である。したがって、各分割区に n 個の変数 v_i を導入し、各部分領域内で φ を $2n-1$ 次の多項式で式(9)のように仮定することによって、通常のマトリックス法による解析の過程にしなげって、解 φ を求めることができる。

境界条件： 入力 $\bar{f}$ に対する出力 $\beta\varphi$ の周波数応答関数が、正しく式(4)のように得られるためには、基礎方程式の特解 φ だけが残るようにする必要がある。このような条件を満たす境界条件は式(10)および(13)の2通りがあり、(I)は奇関数、(II)は偶関数に対応している。

計算例： 次頁に $n=1$ および $n=4$ の計算例を示す。

$$(-1)^n \alpha \frac{d^{2n}}{dt^{2n}} \varphi(t) + \beta \cdot \varphi(t) = \bar{f}(t) \quad (1)$$

φ ：未知関数， $\bar{f}$ ：与えられた外乱

α, β ：正の定数， n ：自然数

$$\bar{f} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n e^{in\omega_0 t} \quad (2)$$

$$\varphi_0 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [1/(\alpha\omega^{2n} + \beta)] f_n e^{in\omega_0 t} \quad (3)$$

$$H(\omega) = \lambda/(\omega^{2n} + \lambda) \quad (4)$$

$$\lambda = \beta/\alpha$$

$$\Pi = \int_0^T \left[\frac{1}{2} \alpha \{ \varphi^{(n)} \}^2 + \frac{1}{2} \beta \varphi^2 - \bar{f} \cdot \varphi \right] dt \\ - \left[\bar{F}_{n-1} \varphi^{(n-1)} + \bar{F}_{n-2} \varphi^{(n-2)} + \dots + \bar{F}_0 \varphi \right]_{t=0, T} \quad (5)$$

$$(-1)^n \alpha \cdot \varphi^{(2n)} + \beta \cdot \varphi = \bar{f} \quad \text{in } 0 < t < T \quad (6)$$

$$(-1)^i \alpha \cdot \varphi^{(n+i)} = \bar{F}_{n-1-i} \quad \text{on } t=0, T \quad (7) \\ i=0, 1, 2, \dots, n-1$$

$$v_i = \langle \varphi \varphi^{(1)} \varphi^{(2)} \dots \varphi^{(n-1)} \rangle_i \quad (8)$$

$$\varphi = \sum_{i=0}^{2n-1} a_i t^i \quad (9)$$

$$(I) \quad \varphi^{(2k)} \Big|_{t=0, T} = 0 \quad ; \quad k=0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (10)$$

$$\bar{f} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n \sin \omega t \quad (11)$$

$$f_n = (2/T) \int_0^T \bar{f} \sin \omega t \, dt$$

$$\beta \varphi_I = \sum_{n=1}^{\infty} [\lambda/(\omega^{2n} + \lambda)] f_n \sin \omega t \quad (12)$$

$$\omega = n\pi/T$$

$$(II) \quad \varphi^{(2k+1)} \Big|_{t=0, T} = 0 \quad ; \quad k=0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (13)$$

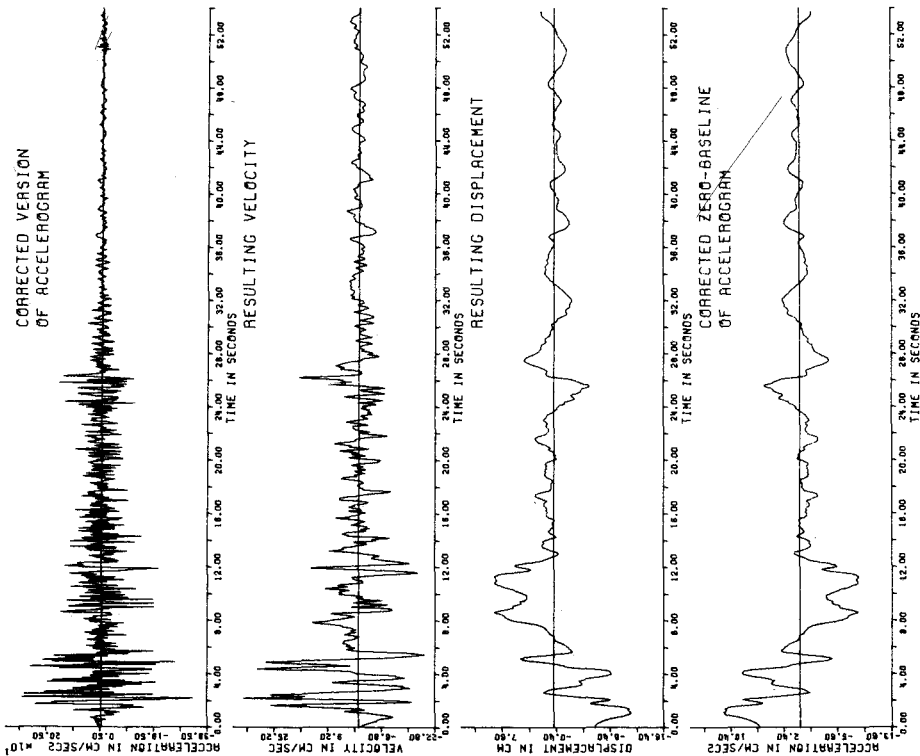
$$\beta \varphi_{II} = \sum_{n=0}^{\infty} [\lambda/(\omega^{2n} + \lambda)] f_n \cos \omega t \quad (14)$$

* 吉田，岡山； 地震加速度記録の積分における濾波計算のアルゴリズム，土木学会論文報告集，第221号

EL CENTRO NS 1940

PARAMETER
 $\lambda=1.000$

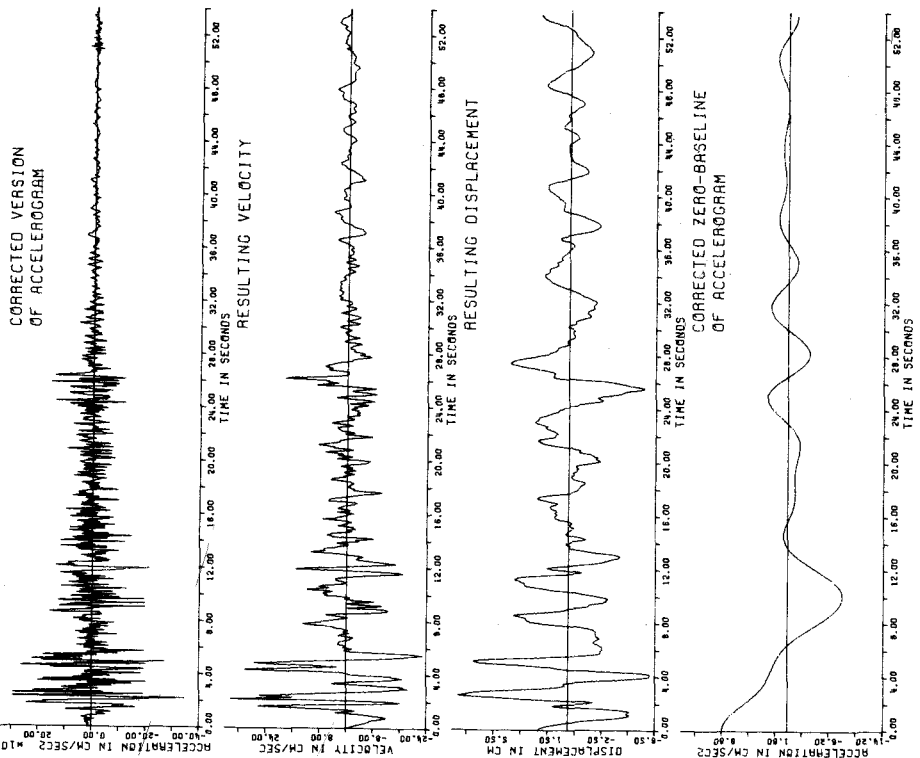
INITIAL VALUES
 $\eta=0.000$ (SPECIFIED)
 $\eta=8.128$ (OBTAINED)



$\eta=1$ 境界条件 II

PARAMETER
 $\lambda=1.000$

INITIAL VALUES
 $\eta=0.000$ (SPECIFIED)
 $\eta=2.175$ (OBTAINED)



$\eta=4$ 境界条件 II