

武蔵工業大学 正員 星谷 勝
 〃 学員 〇草野直幹

1. ま え が き

一般に、地震加速度波を確率過程とみなす時、その振幅特性及び周波数特性は共に非定常性を示す。現在までの研究において、振幅特性のみを非定常として扱ったものは多いが、振幅、周波数特性の両者を非定常として取り扱った研究としては、P.R. Beaudet, M.D. Trifunac, 龜田, 北浦, 新谷, G.R. Saragoni などまだ少ない。少ない理由としては、非定常の周波数特性を表わす非定常スペクトル密度の物理的意義が確立していないこと、実地震加速度記録が少ないこと、及び地震波群を母集団として取り扱いにくいこと、などであろう。しかし、上記の研究結果も構造物の応答を検討する場合、地震入力の周波数特性を定常と仮定するより、非定常と仮定する必要性を示唆している。本研究では、振幅、周波数特性が共に非定常性を示す一人工地震動モデルを提案し、その統計的特性とある地盤での推定地震動の作成方法、さらにこのモデルの入力-応答関係を導いた。

2. 地震動モデル

振幅、周波数特性が非定常である確率モデルを次式で定義する。

$$x(t) = \int_0^{\infty} G(\omega, t) \sin\{\omega t + \phi(\omega)\} d\omega \quad (1)$$

ここで、 $G(\omega, t)$ は非定常性を表わす確率関数、 $\phi(\omega)$ は位相角を表わし、 $(0, 2\pi)$ で一様分布する確率変数とする。ただし、 $\omega \neq \omega'$ において、 $E[\phi(\omega)\phi(\omega')] = 0$ (2)

(1)式は次の様にかえることができる。地震加速度波形を単一周波数成分のみを含む成分波に分解して考えると、それぞれの成分波の成長及び消長は時間的に変動している。この変動の状態を $G(\omega, t)$ で表わせるものとする。たとえば、単一周波数成分 (ω_2) を含み、時間変動を $G(\omega_2, t)$ とすれば、この成分波 $x(\omega_2, t)$ は(3)式で表わせる。

$$x(\omega_2, t) = G(\omega_2, t) \sin\{\omega_2 t + \phi(\omega_2)\} \quad (3)$$

この成分波を全周波数領域で重ね合わせれば、振幅、周波数特性が共に非定常である人工地震動モデル $x(t)$ となる。ここで問題となるのは、各成分波の $G(\omega_2, t)$ をいかにして決定するかである。ある地盤の観測記録を解析して、 $G(\omega_2, t)$ が決定できれば、 $x(t)$ はその地盤の推定地震動ともなう。この問題に入る前に、 $x(t)$ の統計的特性を導く。i) 期待値は(1)式から明らかに $E[x(t)] = 0$

ii) 自己相関関数

$$E[x(t_1)x(t_2)] = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} G(\omega_1, t_1) G(\omega_2, t_2) E[\sin\{\omega_1 t_1 + \phi(\omega_1)\} \sin\{\omega_2 t_2 + \phi(\omega_2)\}] d\omega_1 d\omega_2$$

$$(2) \text{式を使って,} \quad = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} G(\omega, t_1) G(\omega, t_2) \cos \omega(t_1 - t_2) d\omega \quad (4)$$

(4)式において、 $t_1 = t_2 = t$ とすれば、 $x(t)$ の自乗平均値は、(5)式となる。

$$E[x^2(t)] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} G^2(\omega, t) d\omega \quad (5)$$

iii) Instantaneous Power Spectrum

(4)式において, $t_1 = t - \tau/2$, $t_2 = t + \tau/2$ なる変数変換を行えば, 一般化自己相関関数 $\chi(\tau, t)$ は,

$$\chi(\tau, t) = E\left[\chi(t - \frac{\tau}{2})\chi(t + \frac{\tau}{2})\right] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} G(\omega, t - \frac{\tau}{2}) G(\omega, t + \frac{\tau}{2}) \cos \omega \tau d\omega \quad (6)$$

となる。ここで, $\chi(-\tau, t) = \chi(\tau, t)$ である。(6)式をフーリエ変換すると, $\chi(t)$ の Instantaneous Power Spectrum, $\Phi(\omega, t)$ は,

$$\Phi(\omega, t) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} G(\omega, t - \frac{\tau}{2}) G(\omega, t + \frac{\tau}{2}) \cos \omega \tau e^{-i\omega \tau} d\omega d\tau \quad (7)$$

ここで, $G(\omega, t \pm \frac{\tau}{2})$ が τ の微小変化に対してほとんど変わらないと仮定できれば, (7)式から,

$$\Phi(\omega, t) \simeq \frac{1}{4} G^2(\omega, t) \quad (8)$$

となる。(5)式と(8)式から $G(\omega, t)$ を消去すると, $\chi(t)$ の自乗平均値が, $\Phi(\omega, t)$ と ω 軸に囲まれる面積の2倍に等しいことがわかる。

3. $G(\omega, t)$ の推定

実際の地震加速度記録から $G(\omega, t)$ を推定する方法としては (5)式と(8)式を使うことができる。ここでは非定常性を問題としているために, 定常の場合のようにエルゴード性を仮定して一本の記録から自己相関関数を求めることはできない。したがって, 母集団とみなしうる数本の記録が必要である。本研究では同一地震で観測された記録はある程度母集団として扱えると考えられる。なぜなら, 地震波に表われる特性は表層地盤に大きく左右されるという事実によって同一地震での記録には地盤の特性は同等に含まれていると考えることができるからである。実際には, マグニチュード, 震央距離, なども異なるため, 厳密な意味で母集団として取り扱えないが, 少なくとも液状特性に大きな影響を与える地盤条件を同一にすることである程度母集団として扱い得ると思ってよいであろう。事実, 地震波の非定常性を問題にする場合, 地震記録をいかに母集団として扱うかは重要な課題である。本研究では, 上述の理由から, マグニチュード, 震央距離などに大きな違いのないと思われる近代群発地震の若合橋での観測記録6本を用いて数値解析を行った。(5)式を用いた $G(\omega, t)$ の推定方法について簡単に述べると, N 本の実地震加速度記録を $f_i(t)$ と通すことによって, L 個の成分波に分解し各成分波ごとに N 本で平均して $E[X^2(\omega, t)] \simeq \frac{1}{L} \sum Z_i^2(\omega, t)$ を求め (5)式を用いて $G(\omega, t)$ を推定する。なお, このFlow Chartを図-1に示す。

4. 一自由度系(S.D.F.)の応答

(1)式のモデルのS.D.F.系に対する応答は, 成分波の応答を $Y(\omega, t)$, $\chi(t)$ の応答を $y(t)$ とすれば,

$$Y(\omega, t) = \int_0^t h(t-\tau) X(\omega, \tau) d\tau = \cos \phi(\omega) J(\omega, t) + \sin \phi(\omega) I(\omega, t) \quad (9)$$

$$\text{ここで, } I(\omega, t) = \int_0^t h(t-\tau) G(\omega, \tau) \cos \omega \tau d\tau \quad J(\omega, t) = \int_0^t h(t-\tau) G(\omega, \tau) \sin \omega \tau d\tau \quad (10)$$

したがって, 応答は,

$$y(t) = \int_0^{\infty} Y(\omega, t) d\omega = \int_0^{\infty} \{ \sin \phi(\omega) I(\omega, t) + \cos \phi(\omega) J(\omega, t) \} d\omega \quad (11)$$

自乗平均値は,

$$E[y^2(t)] = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ I^2(\omega, t) + J^2(\omega, t) \} d\omega \quad (12)$$

となる。なお, 数値解析結果の詳細は講演時に示す。

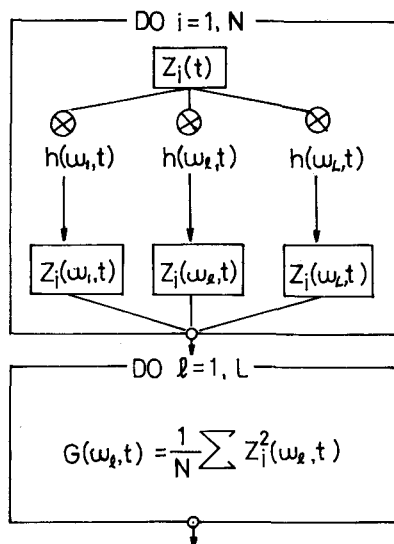


図-1. $G(\omega, t)$ 推定の Flow Chart