

大阪府立高専 正員 宮脇幸治郎
京大 工学部 正員 後藤尚 男

1. はしがき

タンク構造物の震害状況よりタンクの耐震性を強化するための基本的な方策としては、最近以下の諸点が行われている。1) 内部液体の揺れの防止または減衰、2) タンク構造物本体の剛性の増加、側板上部における空間構造の設置、3) 浮屋根式のシール構造の弾力性の増加、4) タンク基礎部の地盤の安定化すなわち流動化の防止、などである。上述の方策の遂行にあたってはタンク構造物系に関する充分な動的解明が必要と考えられる。

本報告では、液体を貯蔵した豎形円筒型のタンクについて、タンクシールのたわみを加味し、液体の動流体圧効果を速度ポテンシャルから求めて、液体の底部に作用するベースシヤーと底面中心まわりの転倒モーメントなどの動流体圧効果を理論的な1次元近似として求めた。

2. 動流体圧効果

タンク構造物内の液体は、 ϕ を速度ポテンシャルとすると、その運動方程式は

$$\partial^2 \phi / \partial t^2 = C^2 \nabla^2 \phi \quad (1)$$

と表わされる。ここに、 $C = K/\rho$ は液体中の縦波速度である。Fig. 1に示すような座標系をもつタンク構造物は x 方向に基礎が加振されると、上式をつぎのような境界条件のもとに解けばよいことになる。

$$\left. \begin{aligned} 1) \ z=0; \ \partial \phi / \partial z = 0, \quad 2) \ z=H; \ g \partial \phi / \partial z + \partial^2 \phi / \partial t^2 = 0, \quad 3) \ \theta = 0, \pi; \ \partial \phi / \partial \theta = 0 \\ 4) \ r=a; \ \lambda \{ (\partial \phi / \partial r) \cos \theta - (\partial \phi / \partial \theta) \sin \theta \} / \partial \theta = \{ 1 - \omega_0(z/H, \theta) \cos \theta / H_s \} \cdot \partial x / \partial t \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $\omega_0(z/H, \theta)$ はタンクシールの変形を表わす。

上述の境界条件のほか、 $r=0$ で ϕ が有限の値を有するという条件を加えて解くと、動流体圧を求める式が次式のように与えられる。

$$\begin{aligned} p(r, \theta, z; t) = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} = & -4k\rho g a \left[\frac{A_0}{\lambda_0^2} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} J_n(\lambda_n r) \cos n\theta \right\} \cosh \lambda_0 z / H \right. \\ & \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m}{\lambda_m^2} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} J_n(\lambda_m r) \cos n\theta \right\} \cos \lambda_m z / H + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m}{\lambda_m^2} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} I_n(\lambda_m r) \cos n\theta \right\} \cos \lambda_m z / H \right] e^{i\omega t} \quad (3) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \lambda_0^2 = (a_0/H)^2 + (\omega/C)^2, \lambda_m^2 = (a_m/H)^2 - (\omega/C)^2, \lambda_m^2 = -\lambda_m^2, \tanh \lambda_0 a - H\omega^2/gd_0 = 0, \tan \lambda_m a + H\omega^2/gd_m = 0, \\ A_0 = \{ 2d_0 \int_0^{\pi} \{ f(\xi) \cosh \lambda_0 \xi \} d\xi \} / \{ 2d_0 + \sinh 2\lambda_0 a \}, A_m = \{ 2d_m \int_0^{\pi} \{ f(\xi) \cos \lambda_m \xi \} d\xi \} / \{ 2d_m + \sin 2\lambda_m a \}, f(\xi) = 1 - \{ B_1 \lambda(\xi) / 2H_s \} \\ \lambda_m' = \{ 2J_1(\lambda_m a) - \lambda_m I_2(\lambda_m a) \}, \chi_m = \{ 2I_1(\lambda_m a) - \lambda_m I_2(\lambda_m a) \} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

円筒タンクシール内の液体が、構造物底部に及ぼすベースシヤー Q 、底面中心まわりの転倒モーメント M は、それぞれ次式のように求まる。

$$Q = \int_0^H \int_0^{2\pi} p(a, \theta, z; t) \cos \theta \cdot a d\theta dz = -(3/2) k\rho g \pi a^2 H \Pi e^{i\omega t} \quad (5)$$

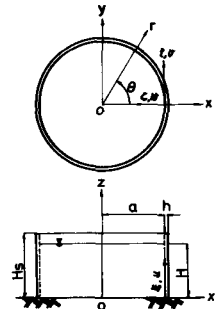
$$M = \int_0^H \int_0^{2\pi} p(a, \theta, z; t) \cos \theta \cdot a d\theta \cdot z dz = -k\rho g \pi a^2 H^2 \Omega e^{i\omega t} \quad (6)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \Pi = 4 \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} \frac{A_m Z_1(\lambda_m a)}{\lambda_m} \cdot \sin \lambda_m / d_m \chi_m \right\} \\ \Omega = 6 \left[\sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m Z_1(\lambda_m a)}{\lambda_m} \{ (\cos \lambda_m - 1) / d_m^2 + \sin \lambda_m / d_m \chi_m \} \right] \end{aligned} \quad (7)$$

なお、式中 $Z_1(\lambda_m a)$ は $\lambda_m^2 > 0$ のとき $I_1(\lambda_m a)$ 、 $\lambda_m^2 < 0$ のとき $J_1(\lambda_m a)$ なるベッセル関数であり、 $m=0$ のときはその項の $\sin, \cos$ が $\sinh, \cosh$ となる。

Fig. 1 Coordinate Systems



式(7)の Π および Ω は、液体と同質量をもつ剛な物体が水平震度 k を受けるときのベースシヤ- $\bar{Q}_R = k \rho g \pi a^2 H$ と転倒モーメント $\bar{M}_0 = k \rho g \pi a^2 H(2/3)H$ とでそれぞれ無次元化された諸量を示していることになる。

3. 円筒タンクシエルの変形

前項においては、円筒シエルの変形は未知量のみである。つぎに円筒シエル構造物に関する近似理論のうち V.Z. Vlasov による解析の基礎微分方程式¹⁾において、定常解のみを対象にすればその w 方向の基礎方程式は、

$$\Delta \Delta \tilde{w} + \left\{ \frac{(1-\nu)}{r^2(1+\nu)} - \frac{\omega^2}{r^2 \beta / \rho_0} + 2i \frac{\varepsilon}{r^2 \beta} \omega \right\} \tilde{w} = \frac{\rho_0 k g}{r^2} \cos \theta + \frac{1}{r^2 \beta} \tilde{P}(\xi) \quad (8)$$

となる。ここに、 $r^2 = R^2 / 2a^2$, $\xi = z/a$, $\beta = E R / (1-\nu^2) a^2$, $\Delta = \partial^2 / \partial \xi^2 + \partial^2 / \partial \theta^2$

式(8)の解を $\tilde{w} = \tilde{w}(\xi) \cos \theta$ と仮定して、両辺に $a \cdot \cos \theta d\theta$ を乗じて0から 2π まで積分すれば、

$$\left(\frac{d^4}{d\xi^4} - 2 \frac{d^2}{d\xi^2} + 1 \right) \tilde{w} + \left\{ \frac{(1-\nu)}{r^2(1+\nu)} - \frac{\omega^2}{r^2 \beta / \rho_0} + 2i \frac{\varepsilon}{r^2 \beta} \omega \right\} \tilde{w} = \frac{\rho_0 k g}{r^2 \beta} + \frac{1}{r^2 \beta a} \tilde{P}_2(\xi) \quad (9)$$

ここに、 $\tilde{P}_2(\xi) = 4 k \rho g a^2 \pi \left[\sum_{m=1}^{\infty} A_m Z_1(\lambda_m a) \cos \delta_m (qH) \xi / \chi_m \right]$

式(9)は、左辺に $\tilde{w}(\xi)$ に関する微分項を有し、右辺の $\tilde{P}_2(\xi)$ の中の A_m に $\tilde{w}(\xi)$ の積分項を含んでおり、一種の微積分方程式となっている。これを厳密に解くのは困難であるので、ここでは固有値展開による1次近似のみを求めることにする。まず、つぎの同次方程式を考える。

$$\left(\frac{d^4}{d\xi^4} - 2 \frac{d^2}{d\xi^2} + g^4 \right) \tilde{w} = 0 \quad (10)$$

ここに、 $g^4 = \omega^2 / (r^2 \beta / \rho_0) - 1$ である。式(10)の固有値のうち、 $\xi = 0$ におけるたわみおよびたわみ角がゼロであり、 $\xi = H_0/a$ におけるせん断および曲げモーメントがゼロであるという境界条件を満足しなければならない。

$$g_0 \{ 1 + \cosh(a_0 H_0/a) \cos(b_0 H_0/a) \} - \nu \sinh(a_0 H_0/a) \sin(b_0 H_0/a) = 0 \quad (11)$$

ここに、 $a_0 = \sqrt{g_0^2 + 1} - 1$, $b_0 = \sqrt{g_0^2 + 1} - 1$ ($l=1, 2, \dots$)であり、式(11)から定まる g のうち、小さいものから添字を1, 2, ...と定める。したがって、この固有値 g_l と固有値関数 $\tilde{\gamma}(H_0 \xi/a)$ とを用いれば、1次近似は、

$$\tilde{w} = B_1 \cdot \tilde{\gamma}(H_0 \xi/a) \quad (12)$$

$$\text{ここに、} B_1 = \frac{\rho_0 k g}{r^2 H_0} \left\{ \int_0^1 \tilde{\gamma} \left(\frac{H_0}{a} \xi \right) d\xi + 4 \frac{\rho a}{r^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Z_{2m}}{Z_{2m} + \sin 2\delta_m} \frac{Z_1(\lambda_m a)}{\chi_m} \int_0^1 \cos \delta_m \xi d\xi \int_0^1 \tilde{\gamma} \left(\frac{H_0}{a} \xi \right) \cos \delta_m \frac{H_0}{H_0} \xi d\xi \right\} / \Psi \quad (13)$$

$$\Psi = \left\{ g_1^4 - g_0^4 + \frac{(1-\nu)}{r^2(1+\nu)} + 2i \frac{\varepsilon \omega}{r^2 \beta} \right\} \beta + 2 \frac{k g}{r^2} \frac{\rho a}{H_0^2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Z_{2m}}{Z_{2m} + \sin 2\delta_m} \frac{Z_1(\lambda_m a)}{\chi_m} \int_0^1 \tilde{\gamma} \left(\frac{H_0}{a} \xi \right) \cos \delta_m \xi d\xi \int_0^1 \tilde{\gamma} \left(\frac{H_0}{a} \xi \right) \cos \delta_m \frac{H_0}{H_0} \xi d\xi \quad (14)$$

式(13)の分子の $\{ \}$ の第1項は、円筒シエル自体の並進運動による慣性力の効果を示しており、第2項は円筒シエル内の液体の並進運動による動流体圧効果を示している。また分母は、式(14)より第1項が円筒シエル自体の剛性効果を示しており、第2項は円筒シエルの変形による液体の動流体圧効果を示している。

式(12)の右辺を式(4)に代入すれば、式(7)の液体の動流体圧効果 Π , Ω が求められる。数値計算結果の一例をFig.2に示す。

4. あとがき

Fig.2に示すように、円筒タンク内の液体の動流体圧効果は、一般の構造物と異なりかなり長周期の位置にも共振周期をもつ。したがって、例えば新潟地震の強震記録の後半12秒以後のフーリエスペクトル解析などでわかるように、周期6秒前後が卓越した波をもつ地震波に対して液体貯蔵用タンクの被害が大きかったことも一応説明できる。なお、他の計算結果については講演時に発表する。

