

京都大学工学部 正員 山田善一
同 上 同上 竹宮宏和

1. まえがき

本研究はランダム地震外力を受ける多自由度非線形履歴構造物の応答解析に等価線形化手法を適用して行なったものである。解析対象構造物としては、せん断型振動をする複数階の建物、また骨組構造の海洋構造物を取り上げた。これら多自由度系構造物の強震に対する動的挙動は、材料非線形性を考慮して把握されなければならない。という点、復元力における履歴性が、地震外力を吸収し耐震性にかなり貢献するからである。

2. 等価線形化手法¹⁾

対象構造物のモデル化を図1に示す。これは純然たるせん断振動型を示しているが、上記海洋構造物も主要部材は剛性項において三重対角要素に現われるから、このモデルのバネに非線形履歴特性を賦与する。そして、ここでは図2の双一次型を想定する。いまこの力学モデルを図示すると図3のようになる。

かゝる構造物の運動方程式は、一般に次の形となる。

$$[M]\{\ddot{z}\} + [C]\{\dot{z}\} + \{Q(z)\} = \{F(t)\} \quad \left(\ddot{z} = \frac{d^2}{dt^2}\right) \quad (1)$$

これに対して、以下に等価線形系

$$[M]\{\ddot{z}\} + [C]\{\dot{z}\} + [K]\{z\} = \{F(t)\} \quad (2)$$

を求める。等価線形化は応答の定常確率過程を仮定して行なうと、

$$\frac{K_i}{K_i} = \alpha_i + (1 - \alpha_i) \frac{E(x_{i,s}, x_i)}{E(x_i^2)} \quad (3)$$

$$\frac{C_i}{C_i} = \frac{C_i}{K_i} + (1 - \alpha_i) \frac{E(x_{i,s}, \dot{x}_i)}{E(\dot{x}_i^2)}$$

上式中の $E(x_{i,s}, x_i)$, $E(x_{i,s}, \dot{x}_i)$ を評価するにあたって、1自由度双一次履歴系の研究結果を考慮すると、履歴中心の移動は前者にはあまり影響が無く、これを固定しても良いが、後者には履歴周期を的確に推定しなければならない。²⁾ 多自由度系の場合は、1自由度系と異ってこれは非常に困難であるのでここでは、別の手法を採っている。

まず 式(3) の1式については、以前の著者の1人らの研究より³⁾

$$\frac{K_i}{K_i} = \alpha_i + (1 - \alpha_i) \frac{\int_0^\infty E(x_{i,s}^2 | A_i = a_i) P_{A_i}(a_i) da_i}{\int_0^\infty E(x_i^2 | A_i = a_i) P_{A_i}(a_i) da_i} \quad (4)$$

但し

$$E(x_{i,s}^2 | A_i = a_i) = \left\{ \frac{1}{2} A_i^2 \right. \\ \left. Y_i^2 \left[1 + \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{3}{2} \frac{A_i}{Y_i} \left(\frac{A_i}{Y_i} - \frac{4}{3} \right) \cos^{-1} \left(1 - 2 \frac{Y_i}{A_i} \right) - \left(3 \frac{A_i}{Y_i} - 2 \right) \left(\frac{A_i}{Y_i} - 1 \right) \right\} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

文献(3)には他の手法も試みられているが、その式の複雑さに比べてその精度向上になっていないので、式(4)を採用する。

次に式(3) の2式については、直接確率密度関数を用いる。すなわち

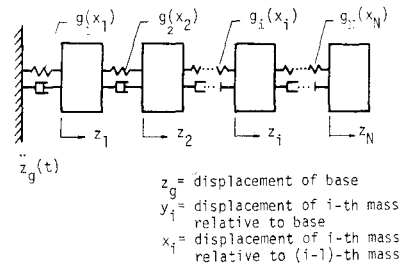


図1. 多自由度非線形履歴系

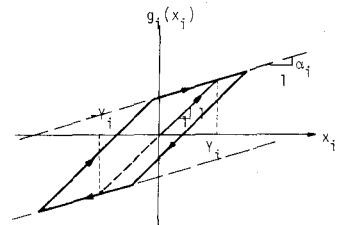


図2. 双一次履歴復元力特性

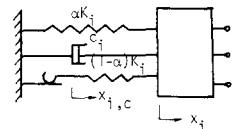


図3. 双一次履歴系の力学モデル

$$E(x_{i,s} x_i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-Y_i}^{Y_i} x_{i,s} \dot{x}_i p(x_{i,s}, \dot{x}_i) dx_{i,s} d\dot{x}_i \quad (5)$$

ここで双一次履歴型復元力特性では、 $|x_{i,s}| = Y_i$ 以外では $x_{i,s}$ は x_i の線形表示となり、 $p(x_{i,s}, \dot{x}_i)$ は Gauss 分布と考えられるので $E(x_{i,s} \dot{x}_i) = 0$ となる。従って式(5)では $|x_{i,s}| = Y_i$ の近傍のみを評価すればよい。これには、Kaul⁽⁴⁾と同じ考え方で $p(x_{i,s}, \dot{x}_i)$ について物理的に考察した結果

$$p(x_{i,s}, \dot{x}_i) = \left(\frac{E[x_{i,s}^2]}{Y_i^2} \right)^m \cdot \delta(|x_{i,s}| - Y_i) \cdot p(\dot{x}_i) \quad (6)$$

を用いると (但し、 $m \geq 2$)

$$E(x_{i,s} \dot{x}_i) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{E[x_{i,s}^2]}{Y_i^2} \right)^m \cdot E[\dot{x}_i^2] \cdot Y_i \quad (7)$$

よって式(3)および式(8)

$$\frac{C_i}{K_i} = \frac{C_i}{K_i} + \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1-\alpha}{w_i} \left(\frac{E[x_{i,s}^2]}{Y_i^2} \right)^m \frac{Y_i}{\sigma_{x_i}} \quad (8) \quad \text{但し、} \sigma_{x_i} = (E[\dot{x}_i^2])^{1/2}, \quad w_i = (E[\dot{x}_i^2]/E[x_i^2])^{1/2}$$

である。式(4)、(8)を用いた等価線形化手法の精度を1自由度双一次履歴系について調べたのが図4である。ここでは $m=4$ を使用している

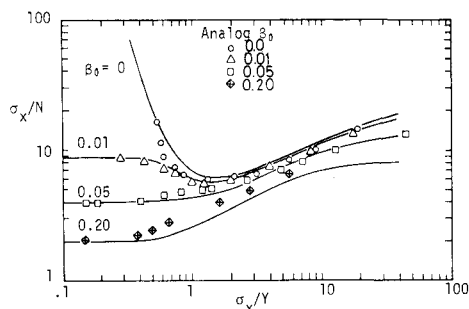


図4. 双一次履歴系の rms 変位応答

3. 応答解析

式(2)で表わされる系のランダム応答解析で、まず評価しなければならない量は応答共分散マトリックスである。地震外力として、filtered shot noise を、すなわち、white noise: $n(t)$ 入力に対する1自由度系の絶対加速度を採る。この場合、解析対象系の運動方程式は $(\tilde{m})\{\ddot{y}\} + (\tilde{c})\{\dot{y}\} + (\tilde{k})\{y\} = \{\tilde{F}\}n(t)$ (9)

$$\text{ここに} \quad \{\tilde{m}\} = \begin{bmatrix} [m] & [m]\{1\} \\ \{0\} & 1 \end{bmatrix} \quad \{\tilde{c}\} = \begin{bmatrix} [c] & \{0\} \\ \{0\} & 2\zeta_j \omega_j \end{bmatrix} \quad \{\tilde{k}\} = \begin{bmatrix} [k] & \{0\} \\ \{0\} & \omega_j^2 \end{bmatrix} \quad \{\tilde{F}\} = - \begin{bmatrix} [m]\{1\} \\ 1 \end{bmatrix}$$

ω_j, ζ_j はそれぞれ地盤の卓越振動数及び減衰定数を表わす。また $n(t)$ は $E[n(t)] = 0, E[n(t_1)n(t_2)] = 2\pi\delta(t_1-t_2)$ とする。ところで、式(9)は非比例減衰系となるので古典モード解析はできない。本研究では応答共分散マトリックス $[R_y]$ を求めるに次式を解くことを考える。⁽¹⁾

$$\frac{d}{dt} [R_y] + [\lambda][R_y] + [R_y][\lambda] = [G] \quad (10) \quad \text{但し、} [G] = 2\pi\delta(t)[\Phi]^T\{I\}p\{I\}([\Phi]^T)^T$$

$$\text{そして} \quad [D] = \begin{bmatrix} [\tilde{m}][\tilde{c}]^{-1} & [\tilde{m}]^{-1}[\tilde{k}] \\ -[I] & [0] \end{bmatrix}, \quad \{I\} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \lambda_i \text{ は } |[D] - \lambda I| = 0 \text{ の複素固有値, } [\Phi] \text{ はそ}$$

$$\text{れに}\text{応ずるベクトルよりなるマトリックスである。結局 } [R_y] \text{ は } [R_y] = [\Phi][R_r][\Phi]^T \quad (11)$$

計算結果等については、当日発表する予定である。

参考文献

- 1) 山田、竹宮: "多自由度非線形履歴構造物のランダム応答解析", 第13回地震工学研究発表会, 1974年7月
- 2) 竹宮: "不規則外力を受ける双一次履歴系の等価線形化について", 土木学会論文報告集第219号 1973年11月, pp. 1-13
- 3) Lutes, L.D. and Takemiya, H.: "Random Vibration of Yielding Oscillator", J. of Eng. Mech. Div., ASCE, Vol. 100, No. EM2, April, 1974, pp. 343-358
- 4) Kaul, M.: "Stochastic Inelastic Response of Offshore Towers to Strong Motion Earthquakes, EERC 72-4, Aug., 1972