

京都大学防災研究所 正員 土政憲三

京都大学防災研究所 正員 ○佐藤忠信

1. まえがき

本研究は、土の動的・非線形性が表層地盤の震動特性にどのような影響を与えるかを調べるために、水平成層地盤を対象とし、基盤層から SH 波が鉛直上方に入射したときの波動伝達特性について考察を加えたものである。基盤層との境界面における上昇波を既知の入射波として与え、上方の層より基盤層を通じて下方へ伝播する波動による遠散減衰を評価するために、基盤層は均質な線形粘弾性体からなるものと仮定した。

2. 解の構成

地盤を Voigt 型の非線形粘弾性体からなると考え、せん断弾性係数 μ なら μ にせん断粘性係数 ν がせん断ひずみ振幅 γ_0 と深さ z の関数で与えられるものとする。すなわち

$$\mu = \mu(\gamma_0, z), \quad \nu = \nu(\gamma_0, z) \quad \dots \dots (1)$$

二二では、式(1)のような物性をもつ物体の運動方程式の解を、線形解の表現形式を用いて構成してゆく方法について考察を加える。いま図-1 に示したように表層地盤の上から I 番目の層を取り出し、これを n 個の薄層に分割し、この薄層内では μ, ν が一定値を取るものとする。 μ, ν は γ_0 と z の関数であるが、一つの薄層内では薄層上端での値を保持するものと考えれば二二のような仮定が可能となる。いま j 番目の薄層での μ, ν を μ_j, ν_j とすれば二二の層内では次式で表わされるような周波数領域での解が求まる。

$$u_j = a_j \exp(i p_j z_j) + b_j \exp(-i p_j z_j) \quad (z), \quad p_j = \sqrt{\rho_j / (\mu_j + i \omega \nu_j)} \quad \dots (3)$$

二二に、 u_j は水平変位のフーリエ変換形、 z_j は j 番目の薄層上端から鉛直下方にとった座標軸、 ρ_j は密度、 ω は円振動数、 $i = \sqrt{-1}$ である。

いま、 j 番目の薄層の層厚を h_j とすれば、 $j-1$ 番目の薄層と j 番目の薄層の境界面で次式が成立する。

$$\begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix} = [t_{j-1}] \begin{pmatrix} a_{j-1} \\ b_{j-1} \end{pmatrix} \quad \dots (4), \quad [t_{j-1}] = \begin{bmatrix} \xi_{j-1} e^{i p_{j-1} h_{j-1}} & \eta_{j-1} e^{-i p_{j-1} h_{j-1}} \\ \eta_{j-1} e^{i p_{j-1} h_{j-1}} & \xi_{j-1} e^{-i p_{j-1} h_{j-1}} \end{bmatrix} \quad \dots (5)$$

$$\text{二二に、} \quad \xi_j = \frac{1}{2} (1 + \mu_{j-1} p_{j-1} / \mu_j p_j), \quad \eta_j = \frac{1}{2} (1 - \mu_{j-1} p_{j-1} / \mu_j p_j) \quad \dots \dots (6)$$

式(4)を繰り返し適用することにより次式をうる。

$$\begin{pmatrix} a_j \\ b_j \end{pmatrix} = [T^I] \begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \quad \dots (7), \quad [T^I] = [t_{j-1}] [t_{j-2}] \dots \dots [t_2] [t_1] \quad \dots (8)$$

式(8)において、各薄層の層厚を無限小にする操作を行なう。すなわち、薄層の数 n を無限大にする。¹⁾ 二二の場合式(6)で与えられる ξ_j は 1 に近ずき、 η_j は 0 に近づくが、 η_j のべき乗項は高次の微小項になる。以上のことを考慮し、式(8)の右辺を展開する。 η_j については 2 次の項までを残し、 $\sum_{k=1}^{j-1} p_k h_k$ で表わされる項は、 I 層の座標 z_I を用いて $\int_0^{z_I} p_I dx$ と書まえることが出来るから、マトリックス $[T^I]$ の成分は次式で表わされるような関数形をもつ二二になる。

$$T_{km}^I(z_I) = F_{km}^I(\beta_I(z_I), \beta_I'(z_I), \int_0^{z_I} p_I dx) \quad (k, m = 1, 2) \quad \dots \dots (9)$$

$$\text{二二に、} \quad \beta_I(z_I) = p_I(\gamma_0^I(z_I), z_I) \cdot \mu_I(\gamma_0^I(z_I), z_I), \quad \beta_I'(z_I) = \partial \beta_I(z_I) / \partial z_I \quad \dots \dots (10)$$

F_{km}^I は式(9)で表わされるような引数をもつ複雑な関数であり、 $\gamma_0^I(z_I)$ は I 層の深さ z_I でのせん断ひずみ

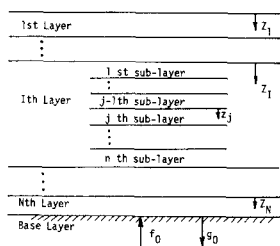


図-1 地盤構成

み振幅である。なお添字 I は I 層での値を表わすのに用いてある。

式 (9) を用いて、 I 層の深さ z_I での変位 $u_I(z_I)$ 、ひずみ $\gamma_I(z_I)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_I(z_I) &= \{T_{11}^I(z_I) + T_{21}^I(z_I)\} A_I + \{T_{12}^I(z_I) + T_{22}^I(z_I)\} B_I \\ \gamma_I(z_I) &= i p_I(z_I) \{T_{11}^I(z_I) - T_{21}^I(z_I)\} A_I + i p_I(z_I) \{T_{12}^I(z_I) - T_{22}^I(z_I)\} B_I \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ニニに、 A_I, B_I は境界条件より定まる定数である。いま $\gamma_I(z_I) = \gamma_0^I(z_I) \exp[i\theta_I(z_I)]$ とすれば、 $\theta_I(z_I)$ は入射波と z_I の深さでのひずみとの位相差を表わすことになる。

I 層と $I+1$ 層との境界では次式が成立する。

$$\begin{pmatrix} A_{I+1} \\ B_{I+1} \end{pmatrix} = [R_I] [T^I(H_I)] \begin{pmatrix} A_I \\ B_I \end{pmatrix} \dots\dots (12), \quad [R_I] = \begin{bmatrix} \frac{1+\alpha_I}{2} & \frac{1-\alpha_I}{2} \\ \frac{1-\alpha_I}{2} & \frac{1+\alpha_I}{2} \end{bmatrix}, \quad \alpha_I = \frac{\mu_I(H_I) p_I(H_I)}{\mu_{I+1}(0) p_{I+1}(0)} \dots\dots (13)$$

ニニに、 H_I は I 層の層厚である。式 (12) を順次繰り返し用いるニニにより次式をうる。

$$\begin{pmatrix} A_{I+1} \\ B_{I+1} \end{pmatrix} = [R_I] [T^I(H_I)] [R_{I-1}] [T^{I-1}(H_{I-1})] \dots\dots [R_2] [T^2(H_2)] [R_1] [T^1(H_1)] \dots\dots\dots (14)$$

地表面での境界条件より $A_1=B_1$ が与えられるから、基盤層で上昇波として f_0 なる振幅の入力が与えられたときの A_1, B_1 の値を式 (14) を用いて求めることができる。一旦 A_1 が求めれば、任意の層での A_I, B_I が計算でき、式 (11) を用いて任意深さでの変位ひずみにひずみの値が求まるわけであるが、式 (9) に現われる p_I は $\gamma_0^I(z_I)$ の関数であるから、 p_I の積分を直接行なうことはできない。よって $\gamma_0^I(z_I)$ の第 1 次近似として線形解の値をとり、これを用いて p_I を計算し、その数値積分を行ない $[T^I]$ を求める。この $[T^I]$ を用いて第 2 近似の $\gamma_0^I(z_I)$ を求め、ふたたび $[T^I]$ を計算する。このような操作を繰り返し $\gamma_0^I(z_I)$ がある一定の精度に入るまで繰り返し計算を行なって非線形解を構成する。

3. 数値計算例

以上に述べた解析手法を用い具体的な数値計算を行なう。地盤は表層と基盤層の 2 層から構成されるものとした。2. で基盤層は均質な線形粘弾性体と考えて解を構成したが、ニニでは簡単のため均質な線形弾性体と仮定する。表層の動的な構成式は Hardin 等²⁾ が提案した双曲形の関係式を用いた。すなわち、 $\mu = \mu_0 / (1 + \alpha_g |\gamma|)$ 、 $p = p_m \alpha_d |\gamma| / (1 + \alpha_d |\gamma|) + p_0 \dots\dots (15)$

ニニに、 μ_0 は初期せん断弾性係数、 α_g, α_d はおのおのせん断剛性と減衰定数に關する非線形度パラメータ、 p_m はせん断ひずみが非常に大きくなったとき、 p_0 はひずみが 0 になったときの減衰定数である。表-1 に用いた定数の値を示した。

表層の分割数を 24 として式 (9) の数値積分を行なったときの計算結果を図-2, 3 に示す。図-2 は $\alpha_g = \alpha_d = 500$ とし、入力加速度振幅の大きさを f_0 を 10, 20, 50 cm/sec^2 と変えた場合の地表面の応答倍率の変化のようすを示したものである。入力振幅の増大に伴う応答倍率の低下の割合が明らかになる。

図-3 は同じ α_g, α_d ならびに f_0 の変化に対し、地盤内に発生するせん断応力振幅の入力に対する倍率と深さの関係を示している。図中に記入されている周波数は、地表面の応答倍率が最初に極大値を示す周波数とほぼ一致している。これから入力加速度が増大するにつれてせん断応力振幅の倍率は減少することがわかる。

参考文献 1) 張正華・沙田工學研究所編、1973、2) Hardin, et al. Proc. ASCE ^{54.7} 1972

表-1 地盤条件

表層	$\mu_0 = \rho_0 V_0^2$
	$\rho_0 = 2.24 \text{ t/m}^3, V_0 = 160 \text{ m/sec}$
基盤層	$\mu = \rho V_s^2$
	$\rho = 2.30 \text{ t/m}^3, V_s = 720 \text{ m/sec}$

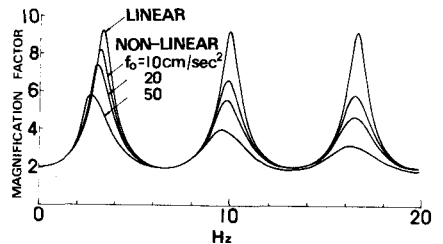


図-2 地表面の応答倍率におよぼす入力の影響

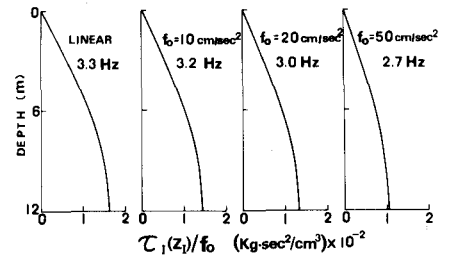


図-3 地盤内に発生するせん断応力振幅の分布形