

東京都立大学工学部 正会員 国井隆弘
 東京都立大学工学部 正会員 福井留男
 東京都立大学工学部 学生員 ○佐本孝久

1. まえがき

構造物が線型限界を越えるような大きな外力の作用のもとでは非線型振動が生じ、復元力特性が履歴性を示すようになる。そして、この履歴ループに相当するエネルギーが非線型振動における減衰性に深く関係しているものと考えられ、等価粘性減衰を用いて非線型振動を等価な線型振動に置換して解析する研究が行われてきている。そこで本研究では、実際に数体の単純系の振動モデルと正弦波を起振する振動台を用いて、各々異った振動数の入力の下で線型及び非線型振動実験を行ない、予め行なった静的な載荷曲げ実験の結果を基にして決めたモデルの静的な復元力特性より、等価粘性減衰を用いて理論的な解析を加え実験値との比較を行なうことによって、履歴減衰の評価と、解析方法の評価を試みた。

2. 実験方法

i) 静的載荷曲げ試験： 図1に示すような片持梁型式の単純系のモデルに対して先端に交番くり返し載荷を行ない、荷重—変位図を作製し、更にその結果を基にして数個の閉じたループを取り出し系の静的な復元力特性を決定した。次に各ループに対して最大変位、面積、等価バネ定数を求め、図2、図3に示すようなモデルの「最大変位—ループの面積」の関係及び「最大変位—等価バネ定数」の関係を求めた。

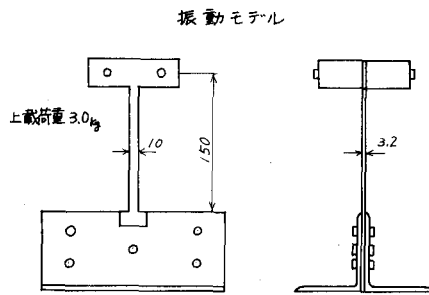


図 1

ii) 自由振動実験： 振動実験に用いる各モデルの固有周期及び粘性減衰定数を自由振動実験の質点の加速度波形より求めた。

iii) 強制振動実験： 振動モデルをチャンネル及びアンプを用いて振動台上にボルトで固定し、質点部と台上に加速度計、片持梁部の埋込み端に歪ゲージを設置して、各モデルに対して降伏加速度の2～4倍の適当な入力のもとで振動実験を行ない入力及び応答の加速度波形と歪波形を電磁オシログラフを用いて測定した。振動性状の線型、非線型の判別は、実験(i)の結果から換算した降伏歪の値を基にして、測定される歪波形より判断した。なお結果は、入力及び応答加速度波形をデジタル化し絶対加速度の応答倍率によって示した。(表1参照)

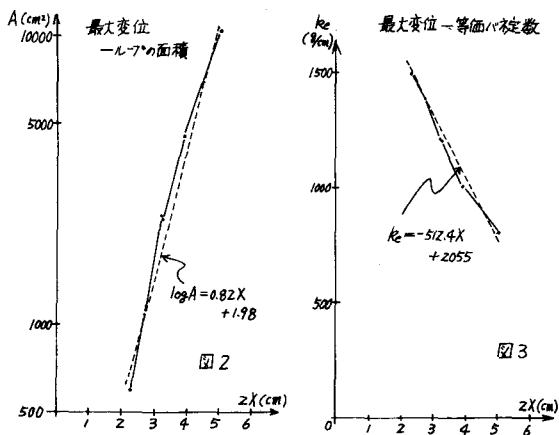


図 3

$$\text{応答倍率}(RA) = \frac{|\text{応答加速度の最大値}|}{|\text{入力加速度の最大値}|} \quad (1)$$

3. 解析方法

単純系の強制振動で通常用いられる理論解(2)式を用いて、パラメーター ω_b を変化させて応答計算を行なった。ここで、 ω_b 及び h は各モデル毎に多少異なるが、約 $\omega_b = 20 \text{ rad/s}$ 、 $h = 0.002$ である。また、 ω は振動台上の加速度波形から読みとられた。非線型振動の場合は等価粘性減衰を用いて減衰定数が、一般に(3)式で与えられ線型振動

と同様に(2)式を用いて応答計算が可能となる。即ち、最大変位 X を仮定すれば実験データ[図2]、[図3]と利用

$$x = e^{-h_{eq} \omega t} \left[A \cos \sqrt{1-h_0^2} \omega t + B \sin \sqrt{1-h_0^2} \omega t \right] - \frac{\ddot{z}_0}{\omega_0^2 \sqrt{(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + 4h_0^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} \sin(\omega t - \varphi) \quad (2)$$

$$A = \frac{\ddot{z}_0}{\omega_0^2} \cdot \frac{2h_0 \frac{\omega_0}{\omega}}{[(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + 4h_0^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}]}, \quad B = \frac{\ddot{z}_0}{\omega_0^2} \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1-h_0^2}} \cdot \frac{1-2h_0^2-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}{[(1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + 4h_0^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}]}, \quad \varphi = \tan^{-1} \frac{2h_0 \frac{\omega_0}{\omega}}{1-\frac{\omega^2}{\omega_0^2}}$$

$$h = \sqrt{\frac{k}{k_e}} \cdot h_0 + h_{eq} = \sqrt{\frac{k}{k_e}} \cdot h_0 + \frac{A}{2\pi k_e X^2 (\frac{\omega_0}{\omega})} \quad (3)$$

(A : 履歴ループの面積, X : 最大応答変位, k_e : 等価バネ定数, h_0 : 粘性減衰定数, h_{eq} : 等価粘性減衰定数) することによって、減衰定数 h と等価バネ定数が決まり、また別に入力の振幅とパラメータ ω_0 と実験時の値に一致した値を用いて応答計算を行なうわけである。ここで、応答計算を行なう場合最初に X の値を仮定し、この X に対応する k_e と h_{eq} を求め(2)、(3)式から応答変位 x を求める事となる。このようにして求めた x の値が最初に仮定した X の値と等しくなるように何回か繰り返し計算が進められた。この時の収束の度合は、最初の X の仮定の良否に左右され、必ずしも常に急速に収束するとは限らない。なお、計算結果は(1)式で示されるように応答倍率により[表1]、[図4]に示した。

4. 結果及び考察

線型振動及び非線型振動の実験値と理論値の比較結果と[図4]、[表1]に、絶対加速度の応答倍率曲線の型を示す。

また本研究の結論として下記にその考察を求べる。

i) モデルが線型限界を越えて非線型振動と生じることによって、明らかに減衰性が増加し応答値が低下している。またその低下率は、応答が共振点に近づくほど著るしくなることがわかる。しかし、一般によく言われる「共振点のづれ」という現象は、はっきりしていない。

ii) 等価粘性減衰を用いた非線型振動の解析方法では、応答値は、全体的に実験値と下まわる結果が得られた。これは、静的な復元力特性と動的な履歴減衰の問題に適用したことの影響と考えられるが、実際には、このような解析方法が用いられる場合が多く、応答値が実際の値より低目に得られるということと考慮する必要があると思われる。

5. あとがき

本研究の問題点として、静的な復元力特性と動的な問題に適用する上での修正法をどのようにするか、また、復元力特性の型の相違が、応答値にどのような影響を及ぼすか等の事柄が考えられ、今後その方向に研究を進める予定である。なお、本研究を進めるにあたって実験及び解析に協力していただいた齊藤隆治氏(本学大学院修士課程)に深く感謝いたします。

<文献>

1) 国井・福井: 単純系の非線型応答特性に関する模型実験, 1974.5, 第1回関東支部年次研究発表会

表1. 非線型振動における実験値と理論値の比較

モデル 番号	入力振幅 (cm)	ω/ω_0	実験値		理論値	
			RA	ω/ω_0	ω/ω_0	RA
1	1.0	0.750	3.095			
2	0.7	0.868	4.010	0.886		3.289
3	0.3	0.961	6.912			
4	0.3	0.978	7.064			
5	0.4	1.113	3.916	1.124		3.412
6	0.6	1.182	2.301	1.284		2.046
7	0.7	1.410	1.429	1.605		1.236

図4 線型及び非線型振動の応答倍率曲線

