

まえがき

任意の断面形状で無限に長い棒中の弾性波を、有限要素法を用いて解析する手法については、すでに述べた通りである。¹⁾ 同法の実用性を検討する為、厳密解の知られている Lamb 波のうち縦波について解析したところ、1次要素を用いた場合、分散曲線と変位については満足すべき結果が得られたが、応力については十分な精度とは言えなかった。²⁾

そこで今回は、より精度の良い結果が得られると予想される、18節点の三角柱2次要素を用いて同様の解析を行った。計算で求めたものは、低次の5モードに関する分散曲線、さらに10種類の波長に関する変位および応力の振幅の断面内変化である。

2次要素について

解析に用いた三角柱の2次要素については、剛性マトリクス等の諸量を直接18節点要素として計算したのではなく、先ず10節点の四面体要素に関して計算したものを組み合わせた。この場合、可能な組み合わせは6通りあり、全ての算術平均を採った。計算には、通常の体積座標により表わした形状関数を用いた。

計算条件

厚さ $2H$ の無限板中に、図-1 の様なデカルト座標を定める。X軸を波の進行方向とすれば、Y方向には変位、応力とも一様であり、さらに縦波の場合は、 $Z=0$ の面に対して対称となる。よって、図-1 の様に40個の三角柱要素で分割した。

境界条件は、Y方向変位 $V=0$ 、 $Z=0$ の面におけるZ方向変位 $W=0$ である。

材質は鋼を想定し、物理定数としてヤング率 $E=2.1 \times 10^{12} \text{ dyne/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu=0.29$ 、密度 $\rho=7.8 \text{ g/cm}^3$ を用いた。

計算結果および考察

以上の条件により行った計算結果を分散曲線として表したが、図-2 である。ここで Λ は波長、 C は位相速度、 C_L は波長が無限大の波の位相速度である。以下、図中の実線は厳密解を、各種の丸印は本法により得られた結果を、数字はモード番号を表す。分散曲線については極めて精度が良く、図からは厳密解とのずれが認められない。数値を詳細に見ると、 H/Λ が大となるに従い、又、低次のモードとなるに従い、誤差が大きくなり、相対誤差の最大は0.55%である。変位、応力

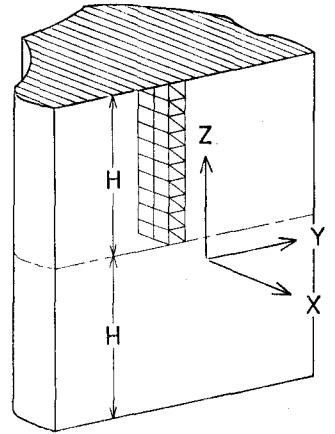


図-1 座標、分割図

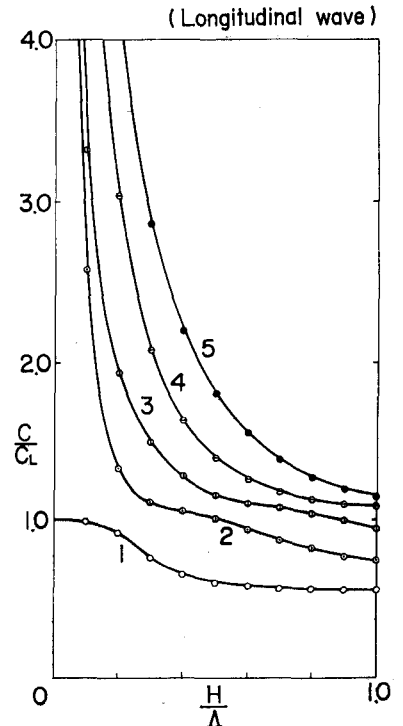


図-2 分散曲線

等の変化は、 H/λ が大となるに従い、又、高次のモードとなるに従い大となるので、低次のモード程誤差が大なのは意外である。

図-3、4はそれぞれ軸方向変位 U 、垂直方向変位 W の振幅が断面内で変化する様子を示したものである。 U は最も精度の良い $H/\lambda=0.1$ について、 W は最も精度の悪い $H/\lambda=1.0$ について取り上げたものである。厳密解との一致は極めて良く、わずかに W の5次のモードでずれが観察されるだけである。なお、2次要素で図-1の様に分割すると、断面内で21節点での値が得られるが図には11節点のみ示した。

図-5、6にはそれぞれ応力成分のうち、 σ_x と τ_{zx} を示した。変位と同様に σ_x は最も精度の良い $H/\lambda=0.1$ について、 τ_{zx} は最も精度の悪い $H/\lambda=1.0$ についてである。やはり τ_{zx} の高次のモードで明らかなずれが観察され、誤差は変位の場合より大きい。特に $\tau_{zx}=0$ となるべきところでのずれは、誤差の目安になるが、1次要素で

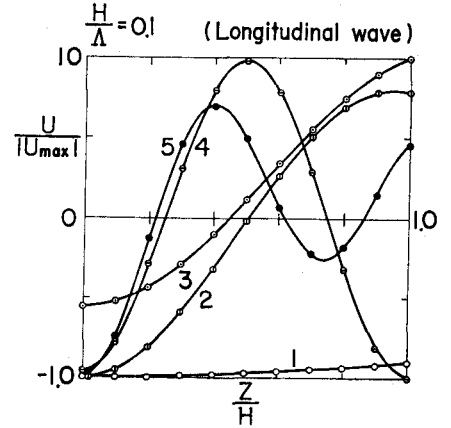


図-3 軸方向変位

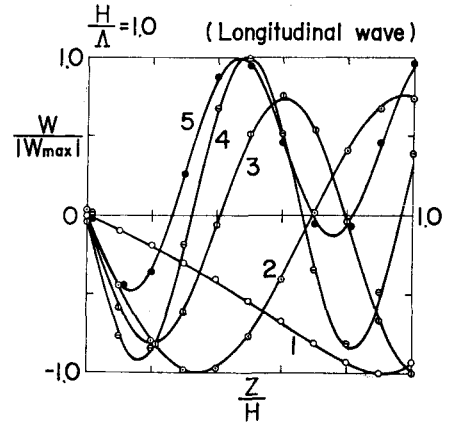


図-4 垂直方向変位

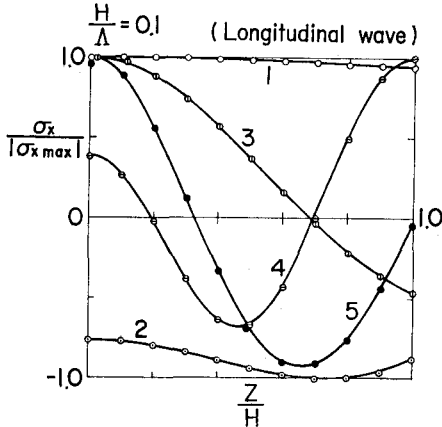


図-5 垂直応力 σ_x

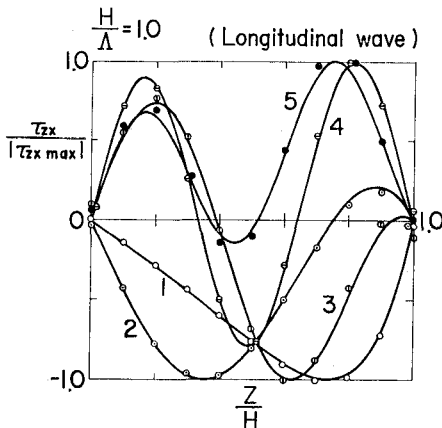


図-6 せん断応力 τ_{zx}

20分割を行い同じ節点数とした場合よりも、格段に良い結果となっている。なお、この場合の応力値は、隣り合う要素の算術平均を採って求めている。

以上の結果から、著者の提案した、有限要素法により、任意の断面形状をした無限長棒中の弾性波を求める手法は、2次要素を用いれば極めて正確な解を得られることが分った。もちろん、 $Lamb$ 波は特別に簡単な例であるから、他の断面形にも適用してみる必要があるが、基本的な部分は確立されたものと思われる。

参考文献

- 1). 秋田宏 “有限要素法の波動問題への適用について” 第22回応用力学連合講演論文抄録集 P133-135 昭47
- 2). 秋田宏 “高次のモードを含めた $Lamb$ 波の解析例” 土木学会東北支部技術研究発表会講演概要 P16-17 昭49