

本州四国連絡橋公団

正員 林 有一郎

〇 村田正信

1. まえがき

吊橋においては、完成時のみならず、架設中のフラッター現象に対する耐風安定性を確認しなければならない。そのために吊橋のねじれ振動解析は、最も重要になってくる。従来のねじれ振動解析の例としては、Bleich⁽¹⁾, Selberg, Reissner, 白木他⁽²⁾等の研究がある。前三者においては、完成系での取扱いであり、エネルギー法による解法となっている。白木他⁽²⁾の解析では、架設中の振動解析も可能であるが、これらの解析に共通して、桁の剛性の評価、あるいはモデル化に不十分な点が見受けられる。本解析においては、桁の剛性を、ウラソフの薄肉箱桁に対する手法を用いて求め、引張部材に対する剛性マトリックスと組み合わせることにより、架設中を含めた種々の設計要素に対する吊橋のねじれ振動解析を行なおうとするものである。解析上の仮定は、次の通りである。〔仮定1〕全体系として、鉛直、横曲げ振動とねじれ振動は、連成しない。〔仮定2〕桁断面の格点には、解析上せん断中心とし、断面は2軸対称とするが、モデル化を行なう際は、面主構上弦材中間点とする。〔仮定3〕桁の橋軸方向およびバイモーメント慣性力は考慮しない。〔仮定4〕トラスの断面は剛である。〔仮定5〕外荷重は各格点に集中して作用するものとし、ランダムスとして扱う。

2. 補剛トラスの剛性マトリックス

トラスを薄肉箱桁梁に置き換えてウラソフ⁽³⁾による手法を適用してねじれ解析を行なうことができる。ウラソフによると箱桁梁に関するねじれの基礎方程式は、一般化されたそりを U 、ねじれ角を θ 、一般化されたずれ角(断面のせん断変形)を χ とすると、表-1のようになる。但し、これらの変位は左手系で表わされる。

ねじれモーメントと Q 、縦方向バイモーメントと B 、横方向バイモーメントと R とすると、 B 、 Q 、 R は表-2のようになる。式(1)~(3)が式 $f(x)$ の

いかなる形に対しても満足されるように $U(x)$

$\theta(x)$ 、 $\chi(x)$ を表わすと表-3のようになる。今〔仮定4〕により $c \rightarrow \infty$ とすれば、式(7)~(9)と式(2)に代入して $f(x)$ に関する微分方程式、および U 、 θ 、 B 、 Q に関する表示は、表-4のようになる。

式(10)の一般解と式(14)~(15)に対する境界条件から表-5の剛性方程式が得られる。但し式は左手系に直してあり、節点力、変位の正の方向は図-1のFのように定義される。ケーブル、ハンガーのフラッター部材の剛性方程式は、表-6により与えられる。⁽⁵⁾

3. 剛性方程式の変換

吊橋系での未知変位を次のようにとる。変位の方法は、図-1に示す。

表-1

$$aU'' - b_1U - b_2\theta' - b_1X' = 0 \quad (1)$$

$$b_2U' + b_1\theta'' + b_2X'' = 0 \quad (2)$$

$$b_1U' + b_2\theta'' + b_1X'' - cX = 0 \quad (3)$$

ここに 下図の箱桁断面に対して

$$a = EA_c \cdot b^2 h^2 / 4$$

$$b_1 = G(t_1 b + t_2 h) b h / 2$$

$$b_2 = G(t_1 b - t_2 h) b h / 2$$

c : 箱桁断面の一般化された断面剛性

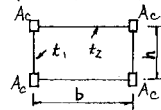


表-2

$$B = -aU' \quad (4)$$

$$Q = b_2U + b_1\theta' + b_2X' \quad (5)$$

$$R = b_1U + b_2\theta' + b_1X' \quad (6)$$

表-3

$$U = f' \quad (7)$$

$$\theta = -\frac{ab_1}{cb_2} f''' + \frac{a}{b_2} f'' - \frac{b_1}{b_2} f \quad (8)$$

$$\chi = \frac{a}{c} f'''' \quad (9)$$

表-4

$$f'''' - \frac{k^2}{l^2} f'' = 0 \quad (10)$$

ここに l を格点間距離として

$$\left. \begin{aligned} k^2 &= \frac{GJ}{a} l^2 \\ GJ &= (b_1^2 - b_2^2) / b_1 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$Q = -\frac{1}{b_2} [(b_1^2 - b_2^2) f' - ab_1 f'''] \quad (12)$$

$$B = -af'' \quad (13)$$

$$\theta = -\frac{1}{b_2} (b_1 f - af'') \quad (14)$$

$$U = f' \quad (15)$$

右側ケーブル変位 $\{\varepsilon_b^r, \eta_b^r\}$
 左側ケーブル変位 $\{\varepsilon_a^l, \eta_a^l\}$
 桁変位 $\{U_i, \theta_i\}$

桁、ケーブルの剛性方程式は上記変位に対応して表-5、表-6によって示される。ハンガーの剛性方程式は基本的には、式(17)で与えられるが、桁の変位、断面力と結びつけると結局表-7において与えられる。但し、式(18)はケーブル側とa端、桁側とb端として示してある。

4. 釣合式

力の釣合は図-2により表-8のようになる。ここに添字r, lは右側, 左側を示している。又ケーブル格梁での釣合は、片側当りを、桁格梁での釣合は、一橋当りを示している。

5. まとめ

この解析では、吊橋の1断面あたり6自由度であるが、バウモメントの慣性力を無視するので5自由度となる。左右ケーブルが逆位相、等変位を生じるとすれば、3自由度、ケーブルの橋軸方向慣性力を無視すれば、2自由度となる。更にケーブル鉛直変位 η と、桁回転変位 θ との関係を、 $\eta = \frac{d}{2}\theta$ とすることによって、1自由度とすることができ、この1自由度に対して計算した結果と捷度理論とBleich理論とを組み合わせた方法によって計算した結果を表-9に示す。本解析法によると大変形プログラムと組み合わせることにより架設中の解析ができ、その他、センタースタンの効果、張り出し形式の吊橋等種々の状態でのねじれ振動解析が可能である。

表-9 固有振動数(スパン270-1100-270m, 3径間連続吊橋, センター1/8)

次数	1	2	3	4	5
本理論	0.240	0.288	0.432	0.560	0.596
捷度理論	0.238	0.296	0.448	0.590	0.640

参考文献(1) F. Bleich 他 "The mathematical theory of vibration in suspension bridges" (2) 白木, 田中 他 "長大吊橋補剛桁架設時の耐風安定性" 三菱重工技報 Vol. 7, No. 7, 1970 (3) V. Z. Vlasov 著 奥村敏恵 他 共訳 "薄肉弾性ばりの理論" 1967 技報堂 (4) 林 樋口, 田中 "薄肉梁理論によるトラスの立体解析法" 土木学会第29回年次学術講演会 (5) 林 "吊橋の捷度理論における基礎方程式の考察" 土木学会第29回年次学術講演会

表-5

$$\{dF^s\} = [k^s] \{dX^s\} \quad (16)$$

ここに

$$\{dF^s\} = [B_a, Q_a, B_b, Q_b]^T$$

$$\{dX^s\} = [U_a, \theta_a, U_b, \theta_b]^T$$

$$[k^s] = \begin{bmatrix} k_{11} & & & \\ k_{21} & k_{22} & \text{sym} & \\ k_{31} & k_{32} & k_{11} & \\ -k_{31} & -k_{32} & -k_{21} & k_{22} \end{bmatrix}$$

$$k_{11} = GJ \frac{l}{k} \frac{k - (\frac{b_2}{b_1})^2 \tanh k}{k \tanh k - 2(\frac{b_2}{b_1})^2 (1 - \text{sech } k)}$$

$$k_{21} = GJ \frac{b_2}{b_1} \frac{1 - \text{sech } k}{k \tanh k - 2(\frac{b_2}{b_1})^2 (1 - \text{sech } k)}$$

$$k_{22} = \frac{GJ}{l} \frac{1}{1 - \frac{2}{k} (\frac{b_2}{b_1})^2 (\cosh k - \text{sech } k)}$$

$$k_{31} = GJ \frac{l}{k} \frac{(\frac{b_2}{b_1})^2 - k \cosh k}{k - 2(\frac{b_2}{b_1})^2 (\cosh k - \text{sech } k)}$$

表-7

$$\{dF^H\} = [R_i] [k^H] [R_i] \{dX^H\} \quad (18)$$

ここに

$$\{dF^H\} = [H_a^H, V_a^H, H_b^H, Q_b^H]^T$$

$$\{dX^H\} = [\varepsilon_a, \eta_a, U_b, \theta_b]^T$$

$$[R_i] = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & 0 & \\ & & \pm \frac{d}{4} & \\ 0 & & & \mp \frac{d}{2} \end{bmatrix}$$

但し、+、- ; 右側
 -、+ ; 左側

表-6

$$\{dF^c\} = [k^c] \{dX^c\} \quad (17)$$

ここに

$$\{dF^c\} = [H_a, V_a, H_b, V_b]^T$$

$$\{dX^c\} = [\varepsilon_a, \eta_a, \varepsilon_b, \eta_b]^T$$

$$[k^c] = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} fl^2 + gm^2 & (t-g)lm \\ (t-g)lm & fm^2 + gl^2 \end{bmatrix}$$

$$f = \frac{AE}{Z_0}, g = \frac{T}{Z}, l = \cos \alpha, m = \sin \alpha$$

表-8

$$H_{j+b}^Y + H_{ja}^Y + H_{ka}^{HR} + m_c \ddot{\varepsilon}_a^Y = 0 \quad (19)$$

$$H_{j+b}^Y + H_{ja}^Y + H_{ka}^{HL} + m_c \ddot{\varepsilon}_a^L = 0 \quad (20)$$

$$V_{j+b}^Y + V_{ja}^Y + V_{ka}^{HR} + m_c \ddot{\eta}_a^Y = 0 \quad (21)$$

$$V_{j+b}^L + V_{ja}^L + V_{ka}^{HL} + m_c \ddot{\eta}_a^L = 0 \quad (22)$$

$$B_{i+b} + B_{ia} + B_{ab}^{HR} + B_{ab}^{HL} = 0 \quad (23)$$

$$Q_{i+b} + Q_{ia} + Q_{ab}^{HR} + Q_{ab}^{HL} + I_p \ddot{\theta}_i = 0 \quad (24)$$
