I-234　シミュレーションによるランダム固有値問題の検討

武蔵工業大学土木工学科　正員　千葉利晃
東京都庁　正員　○川本健一

1. 緒言　今迄にランダム固有値問題を解析したものでは,ただ1つの確率構造モデルを設定しPerturbation法によって解いているにすぎない。したがって,今迄の解析のみでは構造要素のバラツキの程度によって,応答がどのように変化するのか明らかでないし,また質量,バネ定数間の相関性が応答におよぼす影響も明らかでない。実際の構造物のバラツキは,今のところ推測によらざるを得ないと思われるので,構造要素のバラツキが応答におよぼす影響を調べる必要があろう。本報告は以上の点を考慮しつつ,ランダム固有値問題を解析したものである。解析方法にはPerturbation Method と Monte Carlo Simulation Method の2方法を使用した。また両方法の比較検討も行ってみた。

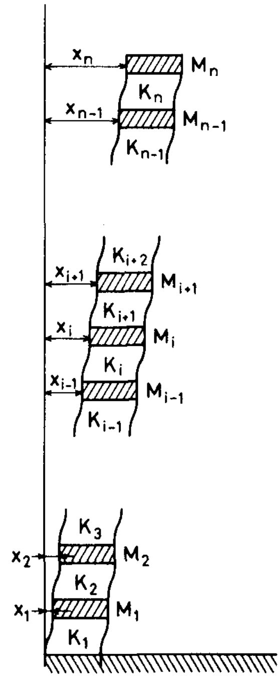

図-1

2. 解析方法　n自由度系弾性せん断ばり(図-1)の自由振動を次のように仮定して解析する。　仮定(1):質量,バネ定数は次式で与えられるものとする。

$$M_i = m_i + \alpha_i \quad , \quad K_i = k_i + \beta_i \quad ; \quad i = 1, 2, \cdots\cdots, n \tag{1}$$

ここでm_i, k_iは確定量であり,α_i, β_iは平均値0で分散の小さい確率変動量とする。仮定(2);α_i, β_iの相関係数は次式で与えられるものとする。

$$\begin{aligned} \rho_{\alpha\alpha} &= E[\alpha_r \alpha_s]/\sigma_{\alpha_r}\sigma_{\alpha_s} = \exp[-A_1|r-s|] \\ \rho_{\beta\beta} &= E[\beta_r \beta_s]/\sigma_{\beta_r}\sigma_{\beta_s} = \exp[-A_2|r-s|] \\ \rho_{\alpha\beta} &= E[\alpha_r \beta_s]/\sigma_{\alpha_r}\sigma_{\beta_s} = B_1 \cdot \exp[-A_3|r-s|] \end{aligned} \tag{2}$$

ここにσは添字α_r, β_rの標準偏差でありE[　]は期待値である。上記の仮定のもとに,ランダム固有値問題をSimulation法とPerturbation法の2方法で解析した。解法についての詳細は文献(1),(2)を参照して頂きたい。

3. 数値計算例および考察　さて,上述のランダム固有値問題の2つの解析方法を簡単な8自由度系弾性せん断ばりの自由振動に応用してみた。まずSimulation法における繰返し回数についてであるが,収束回数は表-1のModel-1に示す系で検討した。その結果を図-2に示す。この図からわかるように固有円振動数のバラツキの程度を示す標準偏差は200回程度までかなりの変動を示している。確率変動量が小さい場合には,収束も早くなると思われるが少なくとも繰返し回数は300回以上とすべきであろう。もちろん,回数が多ければ多い程正確にはなるが演算時間をも考慮し,400回として以下の計算を行った。なお固有円振動数

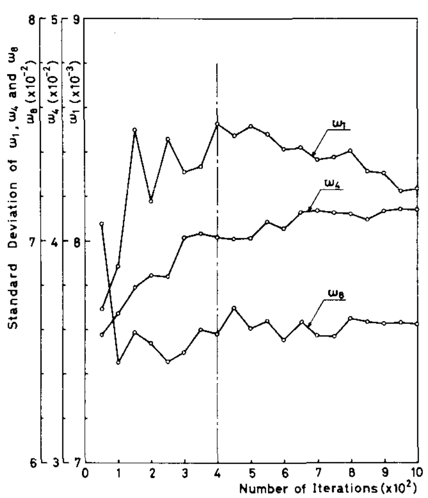

図-2

表-1

Model-1	Model-2	Model-3
$m_i = k_i = 1.0$	$m_i = k_i = 1.0$	$m_i = k_i = 1.0$
$V_1 = 0.15$	$V_1 = 0.01 \sim 0.30$	$V_1 = 0.05$
$A_1 \sim A_3 = 2.0$	α_i, β_iどうし,および	$A_1 \sim A_3 = 0.5 \sim 8.0$
$B_1 = 0.8$	α_iとβ_iとの相関性なし	$B_1 = 0.0$

の平均値は繰返し数が100回を越えると変動は0.5%以内であり，ほぼ収束しているとみてさしつかえないであろう(図は省略した)。次に，構造要素の相対的なバラツキの程度を示す変動係数V_1 ($V_1=\sigma_{m_i}/m_i = \sigma_{k_i}/k_i$) を0.01から0.30まで変化させ$V_1$の応答におよぼす影響を調べた。使用したモデルを表-1のModel-2に示し，結果を図-3に示す。応答である固有円振動数(固有値の平方根)の標準偏差を固有円振動数の平均値で割ったものを応答の変動係数V_2とすると，図からわかるようにV_1が大きくなるにしたがいV_2もまた大きくなっている。V_1が0.2まではPerturbation法による解はSimulation法によるものよりも大体10~20%小さくなっているにすぎないが，0.2を越えるとしだいにその差も大きくなり，0.3になると25~30%(1次~3次)も小さくなる。図-4は(2)式中の係数Aによる応答の変化を図示したものである。縦軸はV_2を示すが，この図からわかるようにAが小さい程V_2は大きくなっている。またAが4以上になると大体一定となる。この場合もV_1を変化させたときと同様にPerturbation法による結果の方がSimulation法によるものより小さくなっている。1次固有円振動数に関してみると，V_2は10~15%程度小さくなっている。以上のように入力のバラツキが大きい場合，あるいは質量，バネ定数の相関性が強い場合には，Perturbation法は厳密解よりかなり応答のバラツキを小さく見積ることになる。したがって，Perturbation法を使用する場合には，入力のバラツキの程度および相関性の程度を十分に考慮して解析結果を判断する必要がある。しかしPerturbation法のコンピューター プログラムは簡単なマトリックス演算で構成されており，演算時間が極めて短いという利点がある。一方，Simulation法の場合には厳密解に近づけることはできるが，その精度は繰返し数すなわちサンプル数に依存し精度を上げようとすると膨大な演算時間を必要とする。このように，両方法とも一長一短で，その時の状況を考慮して両方法を使い分けるべきであろう。最後に，CORNELL(文献3)等の報告から推定すれば，実際の構造物を質点系に置き換えて解析する場合，それらの変動量はおそらく変動係数で0.05~0.2程度と思われる。図-3によれば，これらに対応する基本的な1次から3次までの固有円振動数のバラツキは変動係数で0.02~0.08くらいになっている。したがって，この程度の規模の構造物を決定論的手法で解析して求めた動特性に対して，±10%程度の幅を持たせた工学的判断が必要となろう。

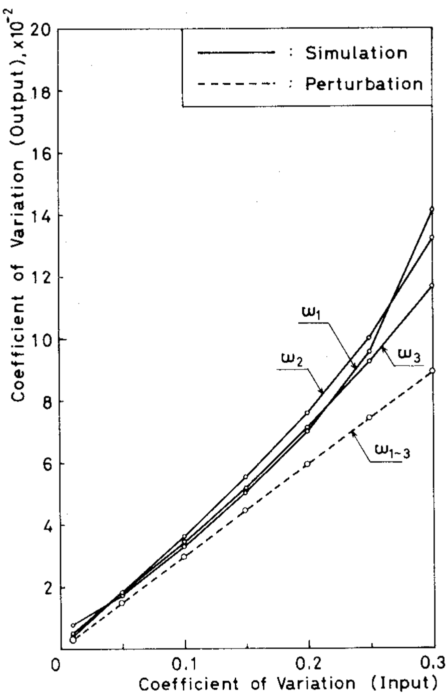

図-3

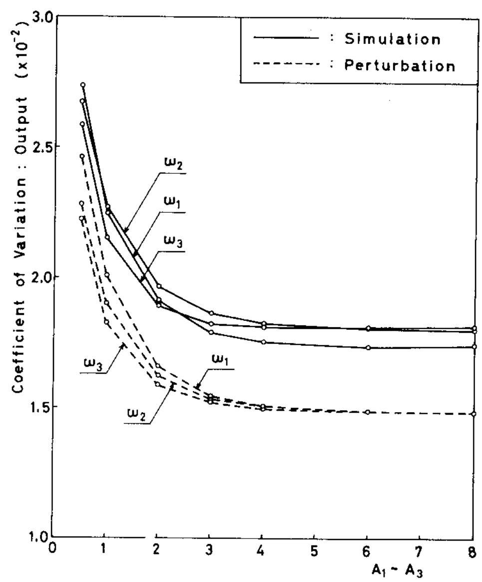

図-4

参考文献 (1) 星谷勝，"ランダム固有値問題(自由振動)の解析"，土木学会全国大会概要集，1972，pp.611~614 (2) 星谷勝，千葉利晃，"ランダム固有値問題のシミュレーションによる検討"，土木学会全国大会概要集，1973，pp.478~480 (3) CORNELL, C.A.，"Some Comments on Second Moment Codes and on Baysian Methods，" Japan-U.S. Joint Seminar, On Reliability Approach in Struct. Engr.，May 13~17，1974，Tokyo，pp.14·1~14·15