

九州大学 正員 今井 富士夫

九州大学 正員 太田 俊 昭

九州大学 正員 吉村 虎 蔵

1. まえがき 本研究は、骨組構造物の動的弾塑性解析理論の一般的確立を目指すもので、まずその基礎的段階として簡単な片持ばりを対象に選び、その動的弾塑性力学特性の理論的解明と実験照査を試みたものである。

本理論では、まず応力-ひずみ履歴特性を双一次曲線で理想化し、断面分割法により、モーメントと曲率の関係式を求め、次いで ϕ -法公式により力と変形の関係式を導き、線型加速度法を併用することによって非線形応答解析を可能ならしめている。なお、実験照査は、拘束弾塑性変位を自由端に与えた後、これを解除した場合に生じる非線形応答挙動を調べ、これと理論結果との比較検討により行うものとする。

2. 理論 図-1に示す矩形断面片持ばりを考え、これを適当に等分割したうえで、集中massの概念を導入すれば、分割節点における加速度 $\ddot{y}$ とそれによる慣性力 P とは、D'Alembertの原理により次の式で関係づけられる。

$$P = -m\ddot{y} \quad (m: \text{節点質量}) \quad \text{----- (1)}$$

また、慣性力 P が、はりに荷重として働くものと考えれば、モーメント M は¹⁾

$$M = -\alpha_P P \quad (\alpha_P: \text{はりの分割数によって定まる係数行列}) \quad \text{----- (2)}$$

一方、たわみ y は、 ϕ -法公式より一般的に次の式で表わされる。

$$y = -a\phi \quad (a: \text{はりの分割数によって定まる係数行列}) \quad \text{----- (3)}$$

次に、曲率 ϕ は、式(2)のモーメント M がはりに働くとき、弾性・弾塑性に関わりなく次のようになる¹⁾

$$\phi = \eta M + \phi^P \quad (\eta = I/EI, \phi^P: \text{塑性曲率}) \quad \text{----- (4)}$$

よって、式(1)、(2)、(3)、および式(4)を y について整理すれば

$$y = -a\eta\alpha_P m\ddot{y} - a\phi^P \quad \text{----- (5.a)}$$

式(5.a)を $\bar{y} = y/y_s$, $\bar{\ddot{y}} = \ddot{y}/\alpha_s$, $\alpha_s = \omega_0^2 y_s$ (α_s : 基準加速度), $\bar{a} = a/l^2$, $\bar{\alpha}_P = \alpha_P/l$, $\bar{m} = m/m_0 l$ (m_0 : 単位質量, l : スパン長), $\omega_0 = C_0 \sqrt{EI/m_0 l^4}$, $\bar{\phi}^P = \phi^P/\phi_y$, $M_P = 1.5 M_y$, $M_{Ps} = \frac{1}{2} m_0 \alpha_s l^2$, および $M_{Ps}/M_P = f_s$ の諸式を用いて無次元化すれば

$$\bar{y} = -C_0^2 \bar{a} \bar{\alpha}_P \bar{m} \bar{\ddot{y}} - C_0^2 / 3 f_s \bar{a} \bar{\phi}^P \quad (\bar{\eta} = EI\eta = I) \quad \text{----- (5.b)}$$

これが、片持ばりの弾塑性自由振動方程式である。さて、式(5.b)の微分方程式を解くには、線型加速度法 Runge-Kutta 法などがあるが、ここでは、線型加速度法を用いた。

すなわち、時刻 $i+1$ におけるたわみ y_{i+1} 、たわみ速度 $\dot{y}_{i+1}$ 、およびたわみ加速度 $\ddot{y}_{i+1}$ と時刻 i における y_i , $\dot{y}_i$, $\ddot{y}_i$ との関係は、

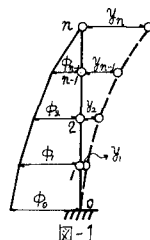
$$\left. \begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \dot{y}_i t_0 + \frac{1}{2} \ddot{y}_i t_0^2 + \frac{1}{6} \ddot{\ddot{y}}_i t_0^3 \\ \dot{y}_{i+1} &= \dot{y}_i + \ddot{y}_i t_0 + \frac{1}{2} \ddot{\ddot{y}}_i t_0^2 \\ \ddot{y}_{i+1} &= \ddot{y}_i + \ddot{\ddot{y}}_i t_0 \end{aligned} \right\} \quad \text{----- (6)}$$

式(6)の $\ddot{\ddot{y}}_i$ を消去し、無次元化して整理すれば次式をえる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\ddot{y}}_{i+1} &= \bar{\ddot{y}}_i + 2\pi k \bar{\ddot{y}}_i + \frac{4}{3}\pi k^2 \bar{\ddot{y}}_i + \frac{4}{3}\pi k^2 \bar{\ddot{y}}_{i+1} \\ \bar{\ddot{y}}_{i+1} &= \bar{\ddot{y}}_i + \pi k \bar{\ddot{y}}_i + \pi k \bar{\ddot{y}}_{i+1} \quad (\text{ただし } k = t_0/T_0; \text{時間区間 } T_0; \text{一次の固有周期}) \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (7)}$$

そこで、時刻 $i+1$ において、式(5.b)と式(7)を加速度 $\bar{\ddot{y}}_{i+1}$ について連立して解けば、次式をえる。

$$\bar{\ddot{y}}_{i+1} = U^{-1} (V_i + W_{i+1}) \quad \text{----- (8)}$$



ここに、 $U = -(C_0 \bar{a} \bar{d}_p \bar{m} + \frac{4}{3} \pi k^2)$, $V_i = \bar{y}_i + 2\pi k \bar{y}_i$, $W_{i+1} = C_0/3 f_s \cdot \bar{a} \bar{\Phi}_{i+1}$
 式(8)を数値解析すれば、非線型応答解析が可能となるが、式中の unknown factor である $\bar{\Phi}$ は分割断面での
 M- Φ 関係より決定できる。その骨子は以下の通りである。すなわち断面での
 外力(ここでは純曲げ)と内力とのつり合い式を求めれば、図-2より

$$M + \int_A Y dA = 0 \quad (\phi; \text{応力}, Y; \text{下縁よりの距離}, A; \text{断面積}) \quad \text{----- (9)}$$

また、上、下縁のひずみを ϵ_u, ϵ_s とすれば、断面高さ Y のひずみは
 $\epsilon = (1 - Y/h) \epsilon_s + Y/h \cdot \epsilon_u \quad (h; \text{はりの高さ}) \quad \text{----- (10)}$

このとき、曲率 ϕ は ϵ_u, ϵ_s を用いて次のように表わされる。

$$\phi = (\epsilon_u - \epsilon_s) / h \quad \text{----- (11)}$$

一方、応力-ひずみの関係式は、双-次曲線を仮定すれば、一般に次のように
 表わされる。²⁾

$$\sigma = \mu^* (\epsilon - \epsilon^*), (\mu^* \epsilon^*; \text{図-3に示す各履歴段階によって定まる定数}) \quad \text{(12)}$$

式(9)、(10)、(11)および式(12)を用いて、M- Φ 関係が、一義的に求められる。
 詳細は、文献(2)を参照のこと。

3. 実験

まず、静的曲げ試験で鋼材(SS41, スパン $l=50\text{cm}$, 巾 $b=3.8\text{cm}$, 厚さ $h=0.4\text{cm}$)の静的材料特性を求めた結果、降伏応力とひずみは $\sigma_y=4142\text{kg/cm}^2$, $\epsilon_y=1400 \times 10^{-6}$, ヤング率 $E=2.18 \times 10^6\text{kg/cm}^2$, ひずみ硬化域での勾配比 $\mu=0.044$ をえた。次に片持はりの埋め込み近傍に塑性ひずみを生じるまで自由端変位 $y=16.50\text{mm}$ を与えた後、自由振動³⁾
 をせ、その挙動を追跡し、図-4の結果をえた。 $T_0=0.077\text{sec}$

4. 考察 図-4に示すように静的試験でえた勾配比 $\mu=0.044$ による解析値は、実験値と比較して定性的
 にはよく合致するが、定量的にはかなりの開きが認められる。

これは、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ が速ければ ($\dot{\epsilon}=0.1 \sim 0.3/\text{sec}$) μ 値を増大せしめる傾向がある⁴⁾ ためと考えられるので、こ
 れでは、 μ 値を 0.25 および 0.3 にした場合の解析を別に試みた。

その結果は、それぞれ図-3の1点鎖線および2点鎖線
 であり、両者は、いずれも定量的に実験値に近い値を示すこ
 とが認められた。これより、 $\dot{\epsilon}=0.1 \sim 0.3/\text{sec}$ の範囲内の非線形挙動を厳密に明らかにするには、 $\dot{\epsilon}$ の効果すなわ
 ち粘性効果を考慮しうる解析理論に依ることが望まれ、この点については目下検討中である。なお、こ
 れでは、部材分割数 n を $n=3$ としており、高次の応答値に多少の誤差が認められるが、これは、分割数を
 増せばある程度解消されるものと考えられる。

5. 結語 本研究は、一貫して行列解法による片持はりの動的弾塑性解析法を示し、かつ簡単な実験を行っ
 て理論で用いた仮定の妥当性を検証したもので、応力-ひずみ履歴曲線を双-次曲線で近似する場合、 μ 値
 にひずみ速度の影響を考慮しなければならないことが判明した。また本理論を拡張応用すれば、より複雑なラ
 ーメン構造物の動的弾塑性解析も可能であり、この点については、随時報告する予定である。

参考文献

- (1) T. Ohta; Dynamic Response of Elasto-Plastic Beams for Repeated Loading, 18th National Symposium on Bridge and Structure Engineering 1972
- (2) T. Ohta and T. Yamazaki; Elasto-Plastic Analysis of Steel Structure Considering the Effect of Residual Stress and Finite Deformation, Proc. of JSCE, No. 194, 1971
- (3) 国井隆弘; 非線型地震応答の近似計算法に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第146号, 1971年12月
- (4) 渡辺啓行; 軟鋼の動的弾塑性復元力特性, 土木学会論文報告集, 第182号, 1970年10月

