I-225　動的外力を受ける骨組構造物のDR法による過渡応答解析

京都大学工学部　正　員 ○花崎紘一
京都大学大学院　学生員　鳩野哲男
京都大学工学部　　　　　伊藤一郎

1　まえがき　　構造物や連続体の動的応答解析には，差分表示を用いる時間増分方式の逐次計算法（Dynamic Relaxation Method などと呼ばれている）が最近よく使われている。筆者らはこの方法を用いて，骨組構造物が地震や発破などの地盤振動や風圧などの強制荷重を受ける場合のシミュレーションを試みた。すなわち，モデルを適当な大きさの要素に分割して以下の方法で計算を行なった。

2　計算方法　　骨組構造物を構成している各部材の軸方向にそれぞれ独立した1次元座標（x-座標）を設け，各部材をそれぞれ単純梁とみなして計算する。また，部材と部材の接合部（単純梁の支点にあたる）においては構造力学上矛盾を生じないように境界条件を与える。ここで使用した基本式は次のとおりである。

運動方程式：　$\rho A\,(\ddot{u}+h\dot{u}) = \dfrac{\partial(P+P_e)}{\partial x}$，　$\rho A\,(\ddot{w}+h\dot{w}) = \dfrac{\partial(Q+Q_e)}{\partial x}+(P+P_e)\dfrac{\partial\beta}{\partial x}$

結合方程式：　$\ddot{u}=\dfrac{\partial\dot{u}}{\partial t}$，$\ddot{w}=\dfrac{\partial\dot{w}}{\partial t}$，$\dot{u}=\dfrac{\partial u}{\partial t}$，$\dot{w}=\dfrac{\partial w}{\partial t}$，$Q=\dfrac{\partial M}{\partial x}$，$\beta=\dfrac{\partial w}{\partial x}$

弾性方程式：　$P = EA\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{1}{2}\beta^2\right)$，　$M=-EI\dfrac{\partial\beta}{\partial x}$

ただし，tは時間，uは軸方向の変位，wは軸に垂直な方向の変位，Pは軸力，P_eは強制軸力，Qは剪断力，Q_eは強制剪断力，Mは曲げモーメントおよびβはたわみ角を表わしている。また，ρ，A，E，I，hはそれぞれ部材の密度，断面積，ヤング率，断面2次モーメントおよび粘性減衰を表わす定数である。これらの基本式から以下の差分表示式を得る。なお$\ddot{u}'$，$\ddot{w}'$は疑似加速度，$\ddot{u}_e$，$\ddot{w}_e$は強制加速度を表わすものとする。

$$\left.\begin{aligned}\dot{u}_k^{n+\frac12} &= \frac{2-h\Delta t}{2+h\Delta t}\dot{u}_k^{n-\frac12}+\frac{2}{2+h\Delta t}\left(\ddot{u}'^{\,n}_k+\ddot{u}_{e_k}^{n}\right)\Delta t\\ \dot{w}_k^{n+\frac12} &= \frac{2-h\Delta t}{2+h\Delta t}\dot{w}_k^{n-\frac12}+\frac{2}{2+h\Delta t}\left(\ddot{w}'^{\,n}_k+\ddot{w}_{e_k}^{n}\right)\Delta t\end{aligned}\right\}\cdots ①\qquad \left.\begin{aligned}u_k^{n+1} &= u_k^n+\dot{u}_k^{n+\frac12}\Delta t\\ w_k^{n+1} &= w_k^n+\dot{w}_k^{n+\frac12}\Delta t\end{aligned}\right\}\cdots ②$$

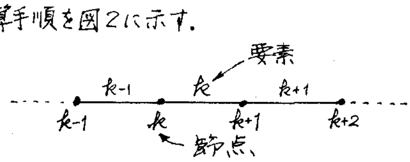
$$\beta_k^{n+1} = \frac{w_{k+1}^{n+1}-w_k^{n+1}}{\Delta x}\cdots ③\qquad M_k^{n+1} = -EI\frac{\beta_k^{n+1}-\beta_{k-1}^{n+1}}{\Delta x}\cdots ④$$

$$P_k^{n+1} = E\left\{\frac{u_{k+1}^{n+1}-u_k^{n+1}}{\Delta x}+\frac12\left(\beta_k^{n+1}\right)^2\right\}\cdots ⑤\qquad Q_k^{n+1} = \frac{M_{k+1}^{n+1}-M_k^{n+1}}{\Delta x}\cdots ⑥$$

$$\left.\begin{aligned}\ddot{u}'^{\,n+1}_k &= \frac{1}{\rho A}\left(\frac{P_k^{n+1}-P_{k-1}^{n+1}+P_{e_k}^{n+1}-P_{e_{k-1}}^{n+1}}{\Delta x}\right)\\ \ddot{w}'^{\,n+1}_k &= \frac{1}{\rho A}\left\{\frac{Q_k^{n+1}-Q_{k-1}^{n+1}+Q_{e_k}^{n+1}-Q_{e_{k-1}}^{n+1}}{\Delta x}+\frac12\left(P_k^{n+1}+P_{k-1}^{n+1}+P_{e_k}^{n+1}+P_{e_{k-1}}^{n+1}\right)\frac{\beta_k^{n+1}-\beta_{k-1}^{n+1}}{\Delta x}\right\}\end{aligned}\right\}\cdots ⑦$$

ただしΔtは時間間隔，Δxは座標間隔であり，右上の添字は時間サイクルを，右下の添字は分割要素または要素と要素の節点の番号を表わしている。なお，u，w，$\dot{u}$，$\dot{w}$，$\ddot{u}$，$\ddot{w}$，Mなどは節点での値であり，P，Q，βなどは要素での値である。（図1参照）

計算手順を図2に示す。

図1


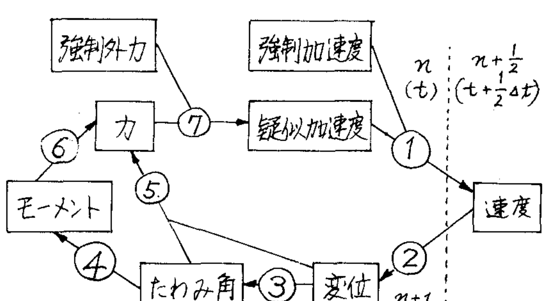
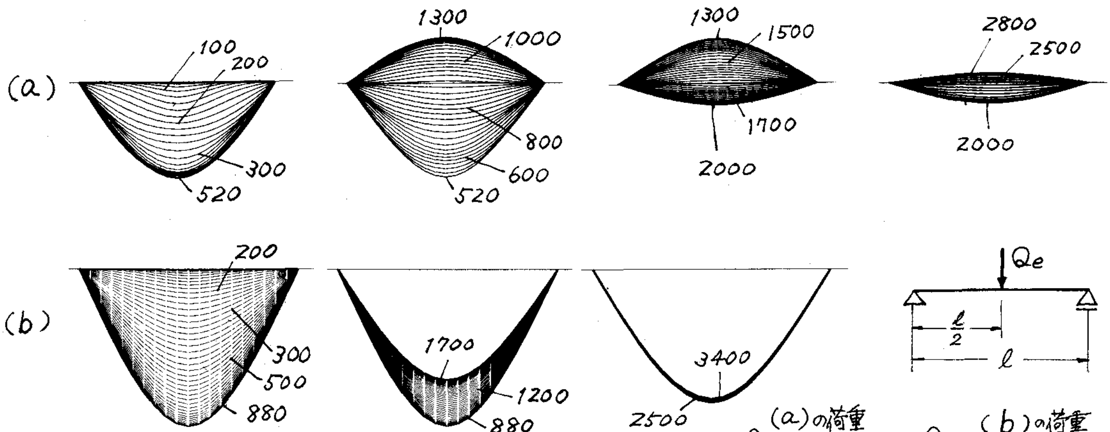


図2

3　計算例　　単純梁およびラーメンについて $\rho=7.8\ \mathrm{Kg/cm^3}$, $E=1.92\times10^{6}\ \mathrm{Kg/cm^2}$, $I=0.83\ \mathrm{cm^4}$, $\Delta x=0.5\ \mathrm{cm}$, $\Delta t=0.32\times10^{-6}\ \mathrm{sec}$, $l=10\ \mathrm{cm}$ としてシミュレーションした結果の一例を図3〜図5に示す。　なお図中の数字は時間サイクル n の値を示している。



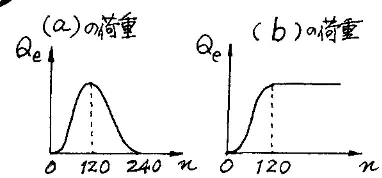
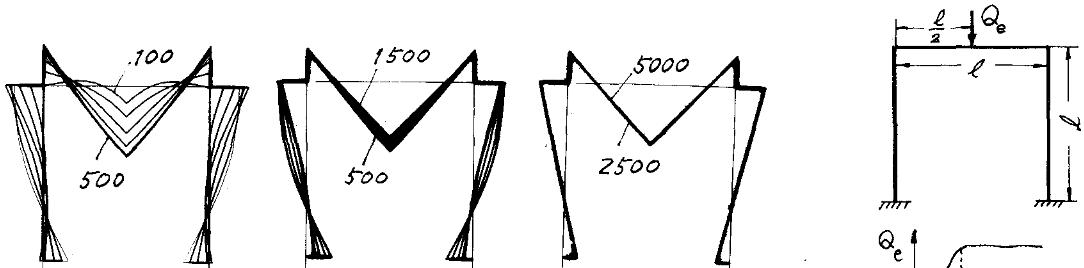


図3　単純支持ばりの減衰振動（たわみ曲線）
（a）パルス状荷重の場合（ただし $h\Delta t=0.002$）
（b）ステップ状荷重の場合（ただし $h\Delta t=0.003$）



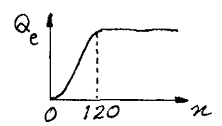
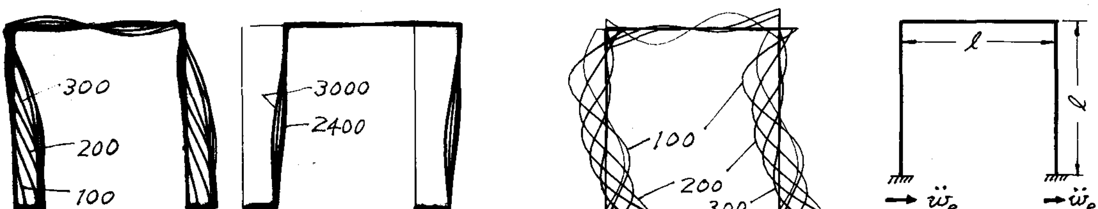


図4　脚柱固定ラーメンの減衰振動（曲げモーメント図）（ただし $h\Delta t=0.003$）



たわみ曲線　　　　曲げモーメント図

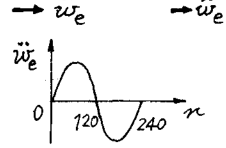


図5　地盤振動を受ける脚柱固定ラーメンの減衰振動（たわみ曲線および曲げモーメント図）（ただし $h\Delta t=0.001$）

4　あとがき　　ここに示した計算例からもわかるように骨組構造物の過渡応答解析にDR法を用いることが可能であることがわかる。　さらに，高層多スパンラーメンなどの複雑なモデルについてのシミュレーションの結果は当日発表する。