

東北工業大学正員 高橋 龍夫

〃 〃 〇 松 山 正 將

山田俊次

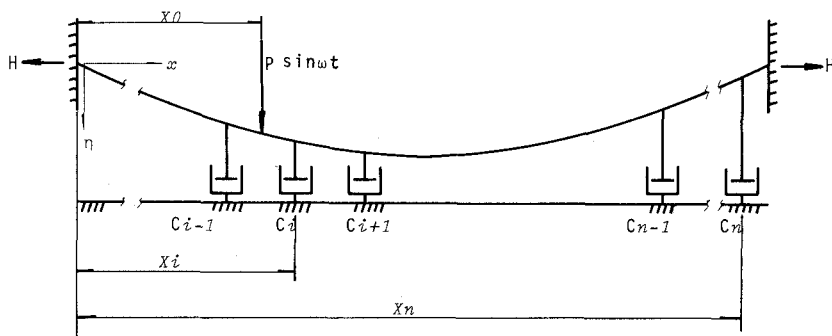
1. はえがき

本文は、前もつて引張力を加える事により、サグを小さくしたケーブル上に、軽量の床組又は補剛桁を載せる構造形式の橋梁（ここでは、ケーブル橋と呼ぶ）の可能性を、動力学の解析の面を検討するための基礎的考察の一部である。ケーブルのように、フレキシブルな構造物に、粘性抵抗力が集中的に作用した場合の振動性状を把握するために、基本的な梁に粘性抵抗力が働いた場合の解析が必要となる。梁のように、ある程度の大きさの曲げ剛性（EI）を有する場合には、粘性抵抗力がかなりの大きさになるまで、振動数、振動モードには、著しい変化は見られない。（厳密には、振動数に変化し、位相おくれが生じているのである。）この範囲では振動が粘性抵抗力に、直線的に比例して減衰していく事については、すでに述べている¹⁾。又、速度比例型のオイルダンパーが、ひとつの防振方法として有効である事も述べている。^{(2), (3), (4), (5)}

さて、梁に比較して、ケーブルの場合においては、粘性抵抗力が振動性状の変化に与える影さようは、さわめて大きく、振動数、振動モードの変化は顕著で、位相おくれもより明確に表われてくる。今回は、サグの比較的小さい、水平方向に等分荷重が載荷されたケーブルに、粘性抵抗力が集中的に作用する場合の、ケーブルの振動性状の解析と実験を行った。

2. 運動方程式

ケーブルの運動方程式を導くにあたって、次の仮定を設ける。1). ケーブルの形状は放物線とする。2). 水平方向に等分布荷重があり、ケーブルの自重は無視する。3). 振動振幅



(图 - 1)

は微小であるとし、振動のわみによる水平反力の増分を無視できるものとする。ディラックのデルタ関数を用いて、運動方程式を表わすと、図-1の諸元より、次式で示される。ここで外力としては、解を簡易化するために、正弦波状外力 $P \sin \omega x$ を任意の場所に与えるものとする。

$$m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - H \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \sum_{i=1}^N C_i \frac{\partial \eta}{\partial t} \delta(x - x_i) = P \sin \omega t \delta(x - x_0)$$

上式を、ラプラス変換法にて解析する。ただし、

$$L_x[\eta(t, x)] = Y_x(s, x)$$

$$\mathcal{L}_x[\dot{Y}_t(s, x)] = Y_{tx}(s, x)$$

$$L_t \left\{ \frac{\partial \eta}{\partial x} \right\}_{x=0} = \phi_1$$

$$a^2 = \frac{H}{m} : p = \frac{P}{m} : \beta^2 = \frac{S^2}{a^2} : K = \frac{\gamma \omega}{S^2 + \omega^2} :$$

$$Y_{zx} = \frac{1}{\rho^2 - \beta^2} \left[\phi_1 + \frac{S}{a^2 \beta} \sum_{i=1}^n k_i Y_{zx_i} e^{-\gamma x_i} - \frac{\bar{K}}{a^2} e^{-\gamma x_0} \right]$$

$x(t)$ について、ラプラス変換すると、

$$Y_x = \frac{\phi_1}{\beta} \sinh \beta x + \frac{S}{a^2 \beta} \sum_{i=1}^n k_i Y_{zx_i} \sinh \beta (x - x_i) - \frac{\bar{K}}{a^2 \beta} \sinh \beta (x - x_0)$$

$$Y_{zx_j} = \frac{\phi_1}{\beta} \sinh \beta x_j + \frac{S}{a^2 \beta} \sum_{i=1}^j k_i Y_{zx_{j-1}} \sinh \beta (x_{j-1} - x) - \frac{\bar{K}}{a^2 \beta} \sinh \beta (x_j - x_0)$$

但し、 $x_j > x_0$: $\sinh \beta (x_j - x_0) = 0$

ここで、境界条件として、 $x=0$; $\eta(x, 0) = 0$ より、 ϕ_1 が求められる。

$\phi_1 = \frac{f_1(s)}{f_2(s)}$ とすれば、 $f_2(s) = 0$ を満足させる。複素変数、 $\delta_j = \frac{a}{L} (R_j \pm i I_j)$ より、円振動数: $\omega_j = \frac{a}{L} I_j$ 、

対数減衰率: $\delta_j = \frac{R_j}{I_j} \cdot 2\pi$ から求められる。又、振動形は、次式より求められる。

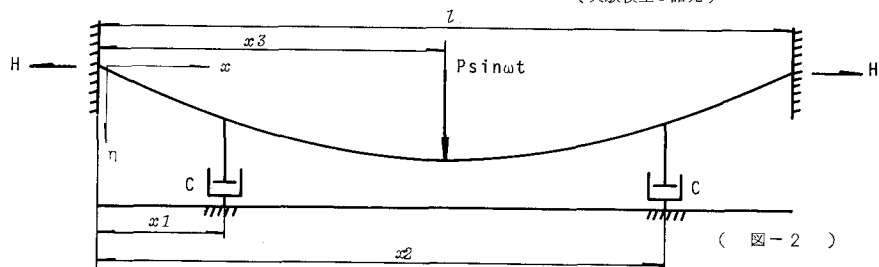
$$\eta(x, t) = \left[\sum_{j=1}^n Y_{x_j} \cdot e^{st} \right]_{s = \frac{a}{L} (R_j \pm i I_j)}$$

$L=1.0 \times 10^3$ (cm)	$w=0.1$ (kg/cm)	$EJ_A=6.2023 \times 10^7$ (g)
$SAG=10:20:30$ (cm)	$C=10, 500, 10$ (g·sec/cm)	
$x1=1.0 \times 10^2$ (cm)	$x2=5.0 \times 10^2$ (cm)	$x3=9.0 \times 10^2$ (cm)
$=2.0$	$=8.0$	$=7.0$
$=3.0$	$=7.0$	

(実験模型の諸元)

3. 計算例及び実験模型諸元

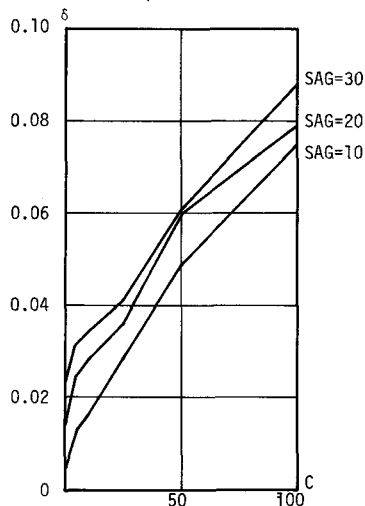
図-2に示される様に、2個の集中粘性抵抗力が対称に設置した場合についての計算例を示す。又、実験に供した模型諸元は、右に示す通りである。



$$m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - H \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + C \frac{\partial \eta}{\partial t} \left\{ \delta(x-x_1) + \delta(x-x_3) \right\} = P \sin wt \delta(x-x_2)$$

$$x_1 < x_2 < x_3 < L: k = \frac{P \omega}{S^2 + \omega^2}; \beta^2 = \frac{S^2}{a^2}; n = \frac{C}{m}; a^2 = \frac{H}{m}; p = \frac{P}{m}$$

$$\therefore Y_x = \frac{k}{a^2 \beta} \cdot \frac{\sinh \beta (L-x_2) + i \alpha \{ \sinh \beta x_1 \cdot \sinh \beta (L-x_3) \}}{\sinh \beta L + i \alpha \{ \sinh \beta x_1 \sinh \beta (L-x_1) + \sinh \beta (L-x_2) \sinh \beta x_3 \} - \alpha^2 \{ \sinh \beta x_1 \cdot \sinh \beta (L-x_1) \sinh \beta (L-x_3) \} + i \alpha \{ \sinh \beta x_1 \sinh \beta (L-x_1) \} + i \alpha \sinh \beta x_3 - \alpha^2 \{ \sinh \beta x_1 \sinh \beta (L-x_1) \} \cdot \sinh \beta (L-x_3) - \frac{k}{a^2 \beta} \cdot \left\{ \sinh \beta (L-x_2) + i \alpha \{ \sinh \beta (L-x_2) \cdot \sinh \beta (L-x_3) \} \right\} :$$



(図-3)

紙面の都合により、これ等の振動性状の変化を、ケーブルの水平反力(H)及び等分布質量(m)と粘性係数(C)からなるパラメータ- $\alpha = \frac{C}{\sqrt{mH}}$ を用いて求めた、計算結果と実験結果については、当日発表する予定である。

図-3は、実験結果の一部を示すものである。

参考文献: (1) ダンパーを有するケーブルの振動: 金面成, 高橋龍夫 (土木学会集, 40, 1977); (2) 粘性抵抗を有するケーブルの振動について: 金面成, 高橋龍夫 (土木学会集, 26, 1974); (3) 粘性抵抗を有するケーブルの強制振動: 金面成, 高橋龍夫 (土木学会集, 27, 1975); (4) 支持荷重によるケーブルを有する連続梁橋の振動特性について: 金面成, 高橋龍夫 (土木学会集, 28, 1976); (5) ケーブル橋の防振についての基礎的考察: 高橋龍夫, 山田 (土木学会第2回土木学会学術大会集, 1978.2.22)