

京都大学工学部 正員 山田善一
同 上 正員 ○河野健二

1. まえがき

構造物の動的特性を解明するとき振動減衰についての研究は、重要な問題である。一般に減衰機構が複雑で、理論的な解析に不明確な点が多いために、構造物の動的設計において用いられている減衰定数は、実験の振動実験より得られたものや、模型実験から得られたものを目安にして決めている。しかし、これらの実験においては振動減衰の原因が種々のものからなるため、個々の減衰機構を明らかにする必要がある。また小振幅の実験では、線形の振動となり減衰定数は構造断面の応力の大きさに無関係に一定値となるが、地震力が作用するような実際の場合、振幅の増加とともに非線形的な減衰が主なものとなると考えられる。ところで、長大橋つり橋のタワー部の減衰については、粘性減衰と構造減衰がその主なものと思われる。粘性減衰は材料特性に基づくものであり、構造減衰は構造継手部分に生じる滑り摩擦や接合部におけるエネルギーの摩擦消散によるものである。これまでの研究から粘性減衰は構造減衰に比べて比較的小さいことが明らかにされている。そこで、タワー部のような構造物では添接部に生じる滑り摩擦エネルギー消散が卓越するものと考えられる。この減衰は履歴系の形をとり、外力の大きさとともに変化するが、簡単に構造物である構造継手を有する片持梁や単純梁では、比較的簡単に減衰エネルギーを計算できるので、これらをもとに構造減衰の評価の基礎的な問題を扱っている。

2. 構造減衰の評価

構造減衰を滑り機構に基づいて研究したものに T. H. H. Pian のものがある。これは薄い添接板を先端に有する片持梁が曲げを受けた場合の滑り摩擦による減衰エネルギーを履歴曲線を用いて計算し、模型実験との比較を行なったものである。それによると、振幅が比較的小さいとき 1 サイクル当りの減衰エネルギーは外力の大きさの 3 乗に比例し、添圧力に反比例している。一方、振幅が非常に大きくなると、減衰エネルギーは外力と添圧力の大きさに比例しているということが示されている。滑り摩擦によるエネルギー消散は、外力の変化にともない滑りによって生じる二次的な変位の描く履歴曲線の面積から計算される。タワー部のような構造物では、断面の応答変位は、1 サイクルごとに種々の履歴曲線を描くものと思われる。摩擦継手において添接板には圧力が一様に分布し、添接部分の曲げモーメントが一様である等の仮定を設けると、中央部に摩擦継手を有する単純梁の減衰エネルギーは近似的に次のように表わされる。

$$(1) \quad \Delta W = \frac{2}{3EI(1+\lambda)^2} \frac{M_0^3}{8\mu h} \left[\lambda^2 + 2\left(1 - \frac{ze}{l}\right) \right]$$

ここに

EI : 曲げ剛性 ,
 ze : 添接板の長さ ,
 M_0 : 添接部の最大曲げモーメント

$\lambda = \frac{2I}{Ak^2}$ (A : 桁の断面積 ,
 k : 桁の高さ)
 l : 梁の長さ

計算例の断面諸量
 $A = 100 \text{ cm}^2$
 $I = 5.6 \times 10^5 \text{ cm}^4$
 $k = 100 \text{ cm}$
 $l = 1000 \text{ cm}$
 $e = 50 \text{ cm}$

外力が作用するとき、滑り摩擦減衰を等価な粘性減衰に置きかえると、減衰定数は次のように表わされる。

$$(2) \quad f_{og} = \frac{1}{4\pi} \frac{\Delta W}{W} \quad , \quad (W : 1 \text{ サイクルにおける最大平均エネルギー})$$

例えば Fig. 1 の (a), (b) は (2) 式より求めた減衰定数と添接部断面の最大応力の関係を示したものである。減衰定数は応力がある値よりも小さい時、応力に比例して増加しているが、その値を越えると逆比例している。Fig. 1 の (c) は、スパンが約 10 m のボルト締めトラスの減衰定数を、(d) は同じ長さのスパンをもつ継手のない H-断面梁の減衰定数を実験から求められたものである。H-断面梁の減衰定数は粘性減衰によるものであり、応力の増加にともない僅かながら増加しているが、ボルト締めトラスの減衰は滑り摩擦によるものであり、応力とともに増加し、H-断面梁の 3 倍〜6 倍になっている。また (e), (f) で減衰定数が最大となると、 $F_0/8\mu h$ の値は

一見となっている。次に構造継手を有する片持梁の滑り摩擦による減衰エネルギーは近似的に(3)式のようになる。

$$(3) \quad \Delta W = \frac{4(1+\lambda)^2}{3EI(1+\lambda)^2} \frac{M_0^3}{8nh}$$

$$(4) \quad m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F_0 \sin \omega t$$

ところで、これまでの減衰エネルギーの評価は外力が静的に作用した形となされてきた。そこで動的な外力が作用する場合の減衰定数の決め方について考えてみる。

動的な外力が作用するとき、添接部断面のモーメントの最大値が、各振動サイクルでわかれば、1サイクルあたりの減衰エネルギーが計算できる。いま(4)式で表わされる1自由度系の定常振動を考えると、滑り摩擦による減衰エネルギーを等価な粘性減衰エネルギーで置き換えてみる。いま片持梁の振動モードが(5)式で表わされると、滑り摩擦による減衰エネルギーは、一次の振動モードを仮定すると、(6)式の上になる。

$$(5) \quad y = X_m \sin \frac{n\pi z}{l}, \quad \left\{ \begin{array}{l} p = \sqrt{k/m} \\ C = 2\zeta_p \sqrt{k/m} \end{array} \right.$$

$$\text{ここに} \quad X_m = \frac{F_0/k}{\sqrt{(1-(\omega/p)^2)^2 + 4\zeta_p^2(\omega/p)^2}} = d F_0/k$$

$$(6) \quad \Delta W = \frac{4(1+\lambda)^2}{3EI(1+\lambda)^2} \frac{\pi}{8nh} \left[\frac{EI}{\sqrt{2}} X_m \left(\frac{\pi}{2l} \right)^2 \right]^3$$

$$(7) \quad \pi C X_m^2 \omega$$

一方粘性減衰の1サイクル当りの消散エネルギーは(7)式のように表わされるから、滑り摩擦による減衰エネルギーと等置することにより、減衰定数は次のように表わされる。

$$(8) \quad \zeta_{eq} = \sqrt{\frac{1}{8R} \left[-(1-R)^2 + \sqrt{(1-R)^4 + 4A^2} \right]}$$

$$\text{ここに} \quad \left\{ \begin{array}{l} R = (\omega/p)^2 \\ A = \frac{\sqrt{2}}{108\pi} \frac{1+\lambda^2}{(1+\lambda)^2} \left(\frac{\pi}{2} \right)^6 \frac{F_0}{8nh} \end{array} \right.$$

この式より動的な外力が作用する場合の減衰定数は、外力の大きさばかりでなく、外力の振動数と固有振動数の比によっても影響を受けることがわかる。

Fig. 2は個々の振動数比 ω/p の値に關し $F_0/8nh$ と減衰定数 ζ_{eq} の関係を示したものである。共振点では動的に求めた減衰定数は静的に求めたものより大きく約10倍になっている。またFig. 3は個々の ω/p に關し $F_0/8nh$ と応答倍率 d の関係を示している。共振点において静的に求めた減衰定数による応答倍率は動的に求めた減衰定数を用いた場合の約10倍から20倍の値を示している。なお $\omega/p < 0.25$ および $\omega/p > 1.05$ では、この2つの静的および動的な減衰定数を用いても応答倍率はほぼ一致していることを示している。

3. あとがき

摩擦継手を有する橋梁を構造物の減衰エネルギーの動的な外力のものと評価を行ったが、定常振動では過大に評価されていると考えられる。不規則外力に対する滑り摩擦減衰の評価は、期待減衰エネルギーを求めることにより行なえる。 参考文献 Y. YAMADA, "Studies on Vibration Damping on Steel Structures," IABSE, 1973

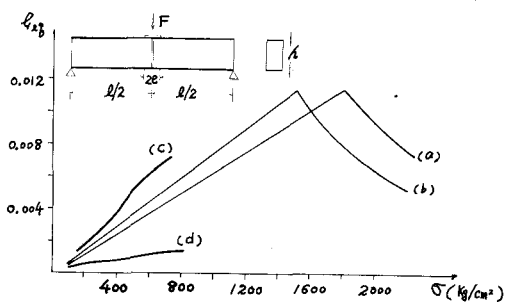


Fig. 1

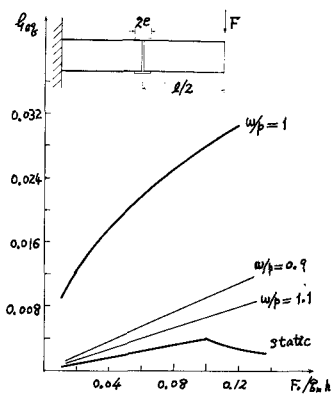


Fig. 2

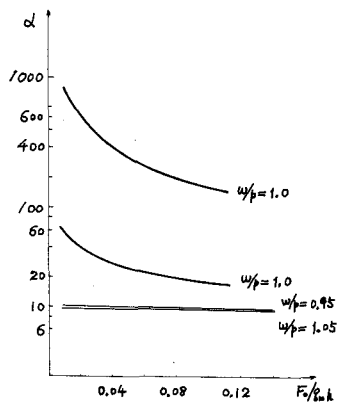


Fig. 3