

大阪大学工学部 正員 小松 定夫
大阪大学工学部 正員 ○川 谷 充郎

1. まえがき 斜張橋について、合理的な衝撃係数算定法が未だ与えられていない現状であり、我々はその合理的な決定のための基礎的研究として、1台の自動車走行による斜張橋の動的応答について調べて来た。^{1), 2)} 今回はそれらに続いて、荷重が連行した場合の橋と車の連成振動方程式を modal analysis により導き、また、マルティ・ケーブル斜張橋に着目して、その動的応答特性をパラメトリック数値解析により調べるものである。

2. 解析方法 斜張橋を lumped mass system として、マトリックス変形法により解析し、modal analysis を用いて橋の強制振動方程式を求める。ここにおいて、粘性減衰を表わすマトリックスを質量と剛性に比例するものとしたので³⁾ 減衰によるモード間の連成は起らず、強制振動方程式は各モード毎に分離できる。また、連行する走行荷重について、それぞれを1自由度振動系（ばね下質量を無視する）と考えて振動方程式を求め、橋の強制振動方程式と連立させると、橋と車の連成振動方程式（1）が求まる。

$$\begin{bmatrix} M_1 & & & & \\ M_2 & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ \hline m_1, m_2, \dots, m_{n-1}, m_n & M_{n+1} & & & \\ \hline m_1, m_2, \dots, m_{n-1}, 0 & & \Delta_k & & \\ & & & \Delta_k & \\ & & & & \Delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{A}_1 \\ \dot{A}_2 \\ \vdots \\ \dot{A}_n \\ \Delta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & & & & \\ C_2 & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ \hline C_{n-1} & C_n & & & \\ \hline C_{n-1}, C_{n-2}, \dots, C_1, 0 & & \Delta_k & & \\ & & & \Delta_k & \\ & & & & \Delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \\ \Delta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 & & & & \\ K_2 & \ddots & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ \hline K_{n-1} & K_n & & & \\ \hline K_{n-1}, K_{n-2}, \dots, K_1, 0 & & \Delta_k & & \\ & & & \Delta_k & \\ & & & & \Delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \\ \Delta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{1,1} + \dots + f_{1,n} \\ f_{2,1} + \dots + f_{2,n} \\ \vdots \\ f_{n,1} + \dots + f_{n,n} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 $M_i = \underline{\Phi}_i^T M \underline{\Phi}_i$

$$M_{i,k} = m_{s,k} \cdot \underline{\Phi}_{i,k}$$

$$C_{i,k} = \underline{\Phi}_{i,k}^T C \underline{\Phi}_k$$

$$K_{i,k} = \underline{\Phi}_{i,k}^T K \underline{\Phi}_k$$

$$f_{i,k} = m_{s,k} \cdot g \cdot \underline{\Phi}_{i,k}$$

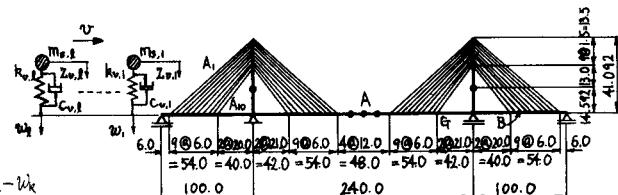


図-1 斜張橋と自動車

A_i は一般化座標（橋の変位 $w = \underline{\Phi} A$ ）， $\Delta_k = z_{k+1} - z_k$

M_s , C_s , K_s は橋の質量、減衰、剛性を表わすマトリックス

$\underline{\Phi}$ は非減衰振動系の第*i*次固有振動モードのベクトル， $\underline{\Phi}_k$ は節点間にある荷重を両隣りの節点に分配する荷重分配係数ベクトル， k は荷重番号 ($k = 1, 2, \dots, l$)， g は重力加速度，他の記号については図-1の図中に示す通りである。

振動方程式（1）を Newmark- β method により逐次積分して解 A_i を得、橋のたわみ、着目する断面（節点）の曲げモーメント、ケーブル軸力を求めろ。modal analysisにおいては考慮するモードの次数を多くすることによって、それらの値が実際の値に近づくが、曲げモーメントを所定の精度で収束させるため16次モードまで採ればよいことが分かる。これに伴い、逐次積分の時間间隔 Δt を橋の16次固有振動周期 $T_{16} = 0.11\text{ sec}$ の $1/5$ ~ $1/6$ の $\Delta t = 0.02\text{ sec}$ とし、逐次積分を振動の加速度について収束誤差 $1/1000$ 以下に収束させる。

動的効果を表わす動的増幅率には Dynamic Increment Factor (DIF) を用いる（図-2）。

$$DIF = 1 + Y_{1d,\max} / Y_{s,\max} \quad (2)$$

3. 斜張橋と自動車の固有值 図-1に示すような側径間において10本ケーブルをもつとして設計された斜張橋をモデルに用いる（表-1）。ケーブル本数の違いによる動的応答の変化を調べるために、ケーブル本数を10, 7, 5,

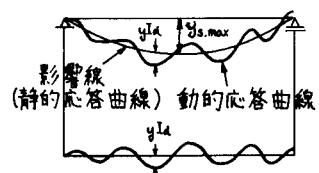


図-2 動的増幅率

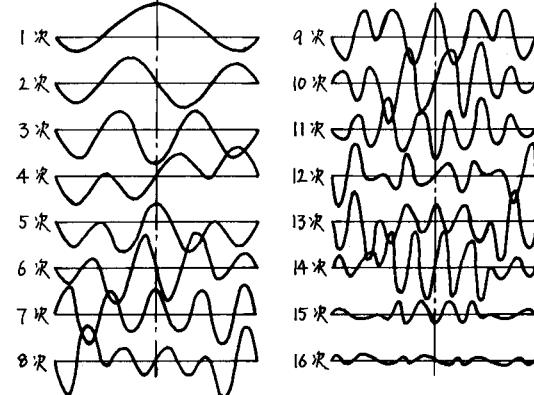
3, 2と変化させると、このとき、桁、塔の断面積を一定とし、ケーブルの全断面積を変えずに既存の斜張橋のケーブル断面積比を参考にして、それぞれのケーブル断面積を決める。固有値解析によって求められた斜張橋の固有振動数を表-2に示す。固有振動モードを図-3に示す。また、今回用いた自動車の諸数値を表-3に示す。2台の連行荷重にもこの同じ値を用いる。

次数	10	7	5	3	2
1次	0.474	0.503	0.507	0.533	0.542
2次	0.675	0.678	0.686	0.710	0.726
3次	1.097	1.087	1.091	1.089	1.101
4次	1.451	1.363	1.373	1.362	1.350
5次	1.640	1.566	1.586	1.592	1.663
6次	2.205	2.179	2.184	2.182	2.210
7次	2.452	2.906	2.908	2.906	2.831
8次	3.214	3.181	3.177	3.153	3.119
9次	3.564	3.513	3.500	3.438	3.401
10次	4.585	4.461	4.471	4.449	4.440
11次	5.586	5.274	5.323	5.594	5.640
12次	6.230	5.987	6.038	6.170	6.198
13次	6.473	6.029	6.082	6.302	6.331
14次	7.435	8.111	8.015	6.930	6.933
15次	9.044	8.787	8.829	7.702	7.680
16次	9.227	8.954	9.005	8.935	9.292

表-2 斜張橋の固有振動数(cps)

桁の断面二次モーメント	$I_q = 0.9414 \text{ m}^4$
塔の断面二次モーメント	$I_T = 0.4564 \text{ m}^4$
桁の重量	$w_h = 11.206 \text{ t/m}$
塔の重量	$w_t = 3.672 \text{ t/m}$
ケーブル断面積	$A_1 \sim A_6 = 0.0106 \text{ m}^2$
	$A_7 \sim A_8 = 0.0066 \text{ m}^2$
	$A_9 \sim A_{10} = 0.0045 \text{ m}^2$
桁・塔の弾性係数	$E_{q,T} = 2.1 \times 10^7 \text{ t/m}^2$
ケーブルの弾性係数	$E_c = 2.0 \times 10^7 \text{ t/m}^2$
寸法減衰率	$\delta_b = 0.02$

表-1 斜張橋の諸数値



4. 動的増幅率 これまでに得た数値解析結果より 図-3 斜張橋の固有振動モード(10本ケーブル)

節点A, G, Bのたわみに関する動的増幅率DIFの速度パラメーター $\alpha = vT_b / 2L$ (v は走行速度, T_b は橋の1次固有周期, L は中央径間長)による変化を図-4に示す。但し、2台連行の場合は車頭間隔を10mとし、速度は同じとする。これらの図より、ケーブル本数の多くなるにつれてDIFは増大することが分かること、表-2の固有振動数の値が低次においてケーブル本数の多い程小さく、橋がほぼ1次固有周期で振動していることから、¹² 乎当然な結果である。1台走行と2台連行とを比較すると、やはり2台連行の方が小さくなり、それぞれの荷重による振動の位相差によるDIFの遞減の結果と思われる。

modal analysisによるDIFは、静的な値を荷重が進行する各step毎にモードより得て、動的応答値との差として求めている。この結果と、モードを用いずに直接逐次積分して動的な応答を求め、静的な値を影響線より得る方法との比較を2本ケーブル、1台走行の場合について示すが、ほぼ同じ傾向を示す。

5. あとがき ケーブル転力に関するDIFはケーブル定着点の桁のたわみに関するDIFとよく一致する。曲げモーメントに関するDIFについて、また、10本ケーブル、7本ケーブルの場合などについては講演当日発表する。

- 参考文献 1) 小松、他；第23回応用力学連合講演会B4, 1973.10.
2) 小松、他；昭和49年度関西支部年次学術講演概要 I-24, 1974.5.
3) Agabein, M.E.; The Effect of Various Damping Assumptions on the Dynamic Response of Structures, Bulletin of ISEA, Vol.8, 1971.

ばね定数	$k_v = 630.0 \text{ t/m}$
重量	$m_v = 16.0 \text{ t}$
固有振動数	$f_v = 3.1 \text{ cps}$
寸法減衰率	$\delta_v = 0.34$

表-3 自動車の諸数値

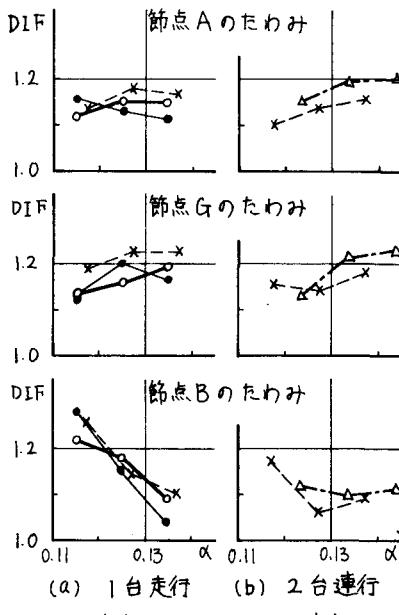


図-4 動的増幅率の変化