

吊橋断面の2自由度フラッタにおける振動数比の影響  
および Selberg の式の検討

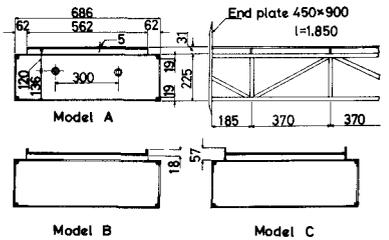
九州大学 応用力学研究所 正員 中村泰治, 同工学部 学生員 吉村 健

1. まえがき

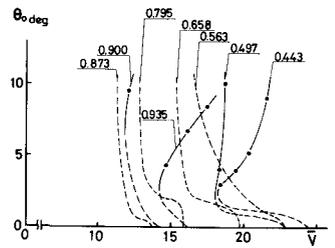
曲げ-振りの自由度を有する吊橋断面に発生するフラッタは、発生機構の違いにより本質的に2自由度フラッタ型(いわゆる曲げ-振りフラッタ型)、本質的に振り1自由度フラッタ型(いわゆる小から脚筋の中間型)の3つに分類されることを論文<sup>(1)</sup>に述べた。本報告では、吊橋架設段階において、桁の曲げ-振り振動数比の変化に伴うフラッタ特性の変化を明らかにするために、上記3つの型に属する吊橋断面について、曲げ-振り振動数比を種々変化させた場合のフラッタ実験を行った結果を報告する。これと併せて、いわゆる曲げ-振りフラッタ型に属する吊橋断面において、フラッタ発振風速に伴う桁分枝の振り分枝の振動数が一致するといわれており、これをフラッタの型を判別するために用いられていることもある。ここでは、このことについて実験および数値計算により検討する。

2. 曲げ-振り振動数比の影響

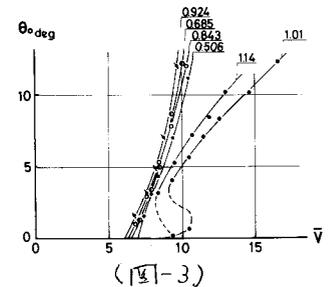
図-1に示す単純化された吊橋断面の2次元模型を用いて風洞実験を行った。系の質量および慣性モーメントは、 $2^4/f_{b0} = 226$ ,  $2^3/f_{b0} = 166$ 。(M, I: 単位長さあたりの質量および慣性モーメント,  $\rho$ : 空気密度) 曲げ-振りの固有振動数( $f_{b0}, f_{r0}$ )の比を  $r = f_{b0}/f_{r0} = 0.5 \sim 1.2$  に変化させた場合の A および C 模型の応答の様子をそれぞれ図-2, 3 に示す。ただし、A および C 模型はそれぞれ本質的に2自由度および振り1自由度フラッタ型に属するものであり、図においては風速を  $\bar{V} = \bar{V}/f_{b0}$  まで無次元化し、応答は振り振動振幅のみを示した。これらの図より、フラッタ発振無次元風速  $\bar{V}$  の縦軸に、 $r$  を横軸にプロットしたものが図-4である。図により次のことがわかる。A 模型における  $\bar{V}$  は、 $r$  が1に近づくにつれて低下するが、 $r$  が1の近傍では逆に急激に高くなる。 $r$  のこの範囲ではフラッタは発生しない。これに対して、C 模型における  $\bar{V}$  は、 $r < 1$  の範囲ではほぼ一定である。また、B 模型(中間型に属する)の場合には、A 模型と同様の傾向を示すか、全体的に A 模型の場合よりも  $\bar{V}$  が低いことも特徴である。A 模型の実験結果、Theodorson 関数を用いた Selberg 法による計算値と比較すると図-5 のように付く。模型の対数減衰率  $\delta$  は、曲げおよび振りモードについて 0.02 ~ 0.03 であるから、実験値と計算値は良く一致している。これは、A 模型が本質的に2自由度フラッタ型に属していることを示している。なお、質量比  $r$  の種々変化させた場合について、上述と同様の計算を行った結果、いわゆる小から脚筋の中間型に属する  $r$  が1に近づくにつれて  $\bar{V}$  が低下するにせよ、おおよそ  $r$  のこの範囲においてはフラッタは発生しないことがわかる。



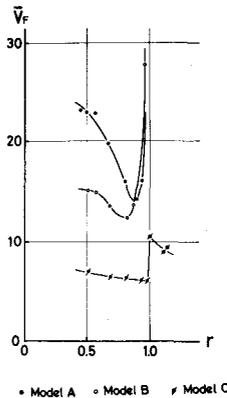
(図-1)



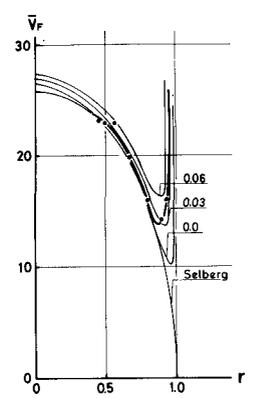
(図-2)



(図-3)

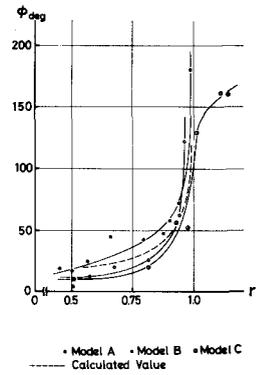


(図-4)

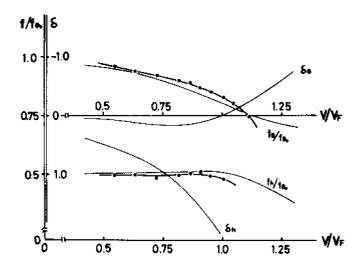


(図-5)

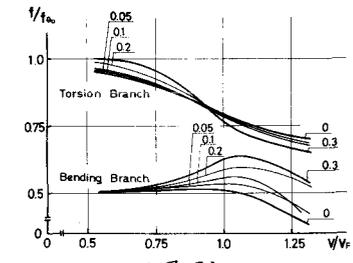
$V/\omega$  の範囲においてはフラッタが禁まじしいことは、重心おきい弾性軸が断面中心に有り翼の大ききほどである。このように本質的に2自由度フラッタ型である中間型に属する吊橋断面において、振動数比 $V/\omega$ に近づくにつれて $V/\omega$ が低下する現象は、吊橋架設段階で充分注意されるべきである。図5には Selberg の経験式も示した。文献<sup>(2)</sup>に述べられているように、同式は $V/\omega < 1$  の範囲では厳密解と良く一致するが、 $0.9 < V/\omega < 1$  では余りかけは行かぬと示す。図-6に3つの模型の $V/\omega$ 近傍における曲げと振り振動間の位相差を示す( $A = a_0 e^{i\omega t}$ ,  $B = b_0 e^{i(\omega t - \phi)}$ )。いずれの場合にも、 $V/\omega$ に近づくにつれて $\phi$ が増大するのが注目される。図-3あるいは4にみた各模型の応答で、 $V/\omega$ の範囲においては $V/\omega < 1$ の場合に比べて応答に異質がみられたのは、この大きな位相差のためである。本質的に振り1自由度フラッタ型に属するものでも、 $V/\omega$ においては $\phi$ が大きくなり、応答に与える曲げモードの寄与が無視できなくなることは興味深い。なお、このような位相差の傾向は、以下法による計算結果においても同様にみられた(図-6)。



(図-6)



(図-7) ●●● 実験値, — 計算値



(図-8)

3. 曲げ分枝と振り分枝の振動数の変化

フラッタ禁振風速に至るまでの曲げおよび振り分枝の振動数の変化を示す1つの例として、A型の $V/\omega = 0.5$ における実験結果を同-7に示す。2つの振動数のうち、振り分枝の振動数は $V/\omega$ に近づくにつれて低下するが、曲げ分枝のそれは一定である。文献<sup>(3)</sup>の手法で計算した2つの分枝の変化の概略も同図に示した。実験値と計算値は良く一致している。この場合、振り分枝の対数減衰率 $\delta$ が $V/\omega$ を境にして逆から前に転ぶから、振り分枝がフラッタを起しているわけである。この断面では2つの振動数は一致しないが、重心位置以外のパラメータを上げると、重心位置 $\omega_0$  ( $= \sqrt{g/L}$ ,  $L_0$ :弾性軸に對する慣性次元)を0から0.3まで変化させてやれば、図-8に示すように2つの振動数は $V/\omega$ 近傍で次第に相近寄ってくる。このように現象は、慣性パラメータを変化させた場合にも同様にみられ、吊橋断面のように重心おきい弾性軸が断面中心にある場合には、2つの振動数は一致しないことがわかった。従って、吊橋断面の場合には、「振動数の一致」を曲げ-振りフラッタ型の判別に用いることはできないと結論される。

4. 結論

本研究により次のことがわかった。(1) 本質的に2自由度フラッタ型に属する吊橋断面においては、 $V/\omega$ が曲げ-振り振動数比 $V/\omega$ に近づくにつれて低下するが、 $V/\omega < 1$ の近傍では逆に急激に高くなり、 $V/\omega > 1$ の範囲ではフラッタが禁まじしい。中間型の場合にもこれは同様の傾向を示すが、全体的に $V/\omega$ が特徴である。このように現象は、吊橋架設段階で充分に注意されるべきである。他方、本質的に振り1自由度フラッタ型に属するものは、 $V/\omega < 1$ の範囲で $V/\omega$ は一定である。この3つの型の断面に共通な現象は、 $V/\omega$ に近づくにつれて曲げ-振り振動間の位相差が増大するである。(2) 本質的に2自由度フラッタ型に属する吊橋断面では、曲げ分枝と振り分枝の振動数の一致がみられる。従って、これをフラッタの型判別に用いることはできない。本研究を行うにあたり、実験については深井俊彦、村谷賢一郎両氏の協力を得たことに感謝する。

参考文献 (1) 中村, 若村: 吊橋断面の2自由度フラッタについて, 土木学会論文報告集, 226号, 1974.6  
 (2) Frandsen: Proc. Int. Symp. Suspension Bridges, Lisbon, 1966  
 (3) Goland, Luke: A Study of Bending-Torsion Aerodynamic Modes for Aircraft Wings, J. Aero. Sci. Vol.16, 1949