

九州大学工学部 学生員 〇大塚久哲
 “ “ 正員 吉村虎蔵
 “ “ “ 安藤 司

1. まえがき

著者らは曲線桁橋の1解法として、先に“差分法による周辺弾性支持曲線直交異方性扇形平板の解法”⁽¹⁾を提案し、曲線直交異方性板理論に基づいてこの種構造物の力学的特性の把握に努めた。ところで、この直交異方性板理論は、主桁や中間横桁の数が比較的少ないときには、その適用に少し無理があるように思われる。⁽²⁾したがって本研究では、同じく差分法を使用した板・桁複合構造理論に基づく曲線桁橋の解析法を提示し、さらにこれから2つの解析法を種々の曲線桁橋に適用し、その精度および適用範囲等に考察を加えることとする。

2. 解法

曲線桁、直線桁および床板とからなる曲線桁橋を放射状格子に分割し、図1のように格点番号を付す。いま極座標表示による等方性板および曲線直交異方性板のためみ曲面を表わす微分方程式を、格点 (i, j) において差分化すれば式(1)および式(2)となる。

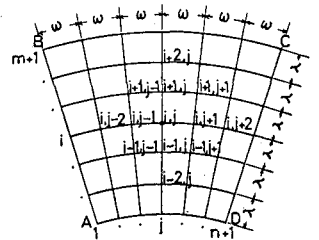


図-1

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \end{Bmatrix} W = \frac{q_{slab} \lambda^4}{D} \quad \dots(1)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに, } a_1 &= 1 + \lambda/r_i, \\ a_2 &= 2K^2(1 - \lambda/2r_i)/r_i^2, \\ a_3 &= -4(1 + \lambda/2r_i) - (1 - \lambda/2r_i)(\lambda^2 + 4K^2)/r_i^2, \quad a_4 = K^4/r_i^4, \\ a_5 &= -4K^2\{1 - (\lambda^2 - K^2)/r_i^2\}/r_i^2, \quad a_7 = 2K^2(1 + \lambda/2r_i)/r_i^2, \\ a_6 &= 2\{3 + (\lambda^2 + 4K^2)/r_i^2 - K^2(4\lambda^2 - 3K^2)/r_i^4\}, \quad a_9 = 1 - \lambda/r_i, \end{aligned}$$

$a_8 = -4(1 - \lambda/2r_i) - (1 + \lambda/2r_i)(\lambda^2 + 4K^2)/r_i^2$, $\lambda = d/m$, $\omega = \theta_0/n$, $K = \lambda/\omega$, d : 直線辺長, m, n : 半径方向および接線方向分割数, θ_0 : 扇形平板の中心角, r_i : 格点 (i, j) の曲率半径, q_{slab} : 板に作用する鉛直荷重, W : 板の鉛直方向たわみ, D : 板剛度。

$$\begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \\ A_9 \end{Bmatrix} W = \frac{q_{slab} \lambda^4}{D_r} \quad \dots(2)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに, } A_1 &= 1 + \lambda(2 + \nu_0 - \nu_r \rho^2)/2r_i, \quad A_2 = \lambda^2(2\bar{k} + \nu_r \rho^2 - \nu_0 - k\lambda/r_i)/r_i^2 \omega^2, \\ A_3 &= -4 - \lambda(2 + \nu_0 - \nu_r \rho^2)/r_i - 2\lambda^2(2\bar{k} + \nu_r \rho^2 - \nu_0 + \rho^2 \omega^2/2)/\omega^2 r_i^2 + \lambda^3(2\bar{k}/\omega^2 + \rho^2/2)/r_i^3, \\ A_4 &= \rho^2 \lambda^4 / r_i^4 \omega^4, \quad A_5 = 2\lambda^2\{\nu_0 - 2\bar{k} - \nu_r \rho^2 + \lambda^2(\bar{k} + \rho^2)/r_i^2 - 2\rho^2 \lambda^2 / \omega^2 r_i^2\} / \omega^2 r_i^2, \\ A_6 &= 6 + 2\lambda^2\{2(2\bar{k} + \nu_r \rho^2 - \nu_0) - 2\lambda^2(\bar{k} + \rho^2)/r_i^2 + \rho^2 \omega^2 + 3\rho^2 \lambda^2 / r_i^2 \omega^2\} / \omega^2 r_i^2, \\ A_7 &= \lambda^2\{2\bar{k} + \nu_r \rho^2 - \nu_0 + k\lambda/r_i\} / \omega^2 r_i^2, \quad A_9 = 1 - \lambda(2 + \nu_0 - \nu_r \rho^2)/2r_i, \end{aligned}$$

$A_8 = -4 + \lambda(2 + \nu_0 - \nu_r \rho^2)/r_i - 2\lambda^2(2\bar{k} + \nu_r \rho^2 - \nu_0 + \rho^2 \omega^2/2)/\omega^2 r_i^2 - \lambda^3(2\bar{k}/\omega^2 + \rho^2/2)/r_i^3$, $\bar{k} = \nu_0 + D_{\theta}/D_r$, $\rho^2 = D_{\theta}/D_r$, D_r, D_{θ} : 半径および接線方向板剛度, D_{θ} : 板のねじり剛度, ν_r, ν_0 : 半径および接線方向ポアソン比。

同様にして、鉛直荷重による曲線桁と直線桁の変形の微分方程式を格点 (i, j) で差分化すれば、式(3)および式(4)となる。

$$\begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \\ e_7 \\ e_8 \\ e_9 \end{Bmatrix} W = \frac{P_g \lambda^4}{D} \quad \dots(3)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに, } e_1 &= -\lambda^3 \lambda^2 B_{\theta} / 2r_i^5 \omega^4, \quad e_4 = \lambda^3 \lambda (H_{\theta} + \lambda^2 B_{\theta} / r_i^2) / r_i^4 \omega^4, \\ e_2 &= 2\lambda^2 \lambda^2 B_{\theta} / r_i^5 \omega^4 + \lambda^2 \lambda (H_{\theta} + J_{\theta}) / 2r_i^3 \omega^2, \quad e_5 = -4e_4 - \lambda^2 \lambda J_{\theta} / r_i^4 \omega^2, \\ e_3 &= -3\lambda^2 \lambda^2 B_{\theta} / r_i^5 \omega^4 - \lambda^2 \lambda (H_{\theta} + J_{\theta}) / r_i^3 \omega^2, \quad e_6 = 6e_4 + 2\lambda^2 \lambda J_{\theta} / r_i^4 \omega^2, \\ H_{\theta} &= E_B I_B / D_r \lambda, \quad J_{\theta} = G_B C_B / D_r \lambda, \quad B_{\theta} = E_B C_{BT} / D_r \lambda^3, \quad E_B I_B, G_B C_B, E_B C_{BT} \end{aligned}$$

それぞれ曲線桁の曲げ、ねじり、曲げねじり剛度, P_g : 曲線桁に作用する線荷重。

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_2 \\ f_1 \end{Bmatrix} w = \left(\frac{P_{fb}}{r.w} \right) \frac{\lambda^4}{D} \quad \text{---(4)}$$

ここに, $f_1 = \pi K(i)$, $f_2 = -4f_1$, $f_3 = 6f_1$, $K(i) = E_b I_b / D l_2$,

$E_b I_b$: 直線桁の曲げ剛度, $l_2 = r \alpha \theta_0$, P_{fb} : 直線桁に作用する線荷重。

上に記した諸式が, 差分法による曲線桁の解析に必要な基礎式であり, 以下にこれらの式を使った解析法の概略を述べる。

[解法Ⅰ—曲線直交異方性板理論に基づく解法]

曲線桁, 直線桁および床板を全体として一つの曲線直交異方性板とみなし, 式(2)を内部格点に適用して, 所要のたわみを求める方法。本解法および解析結果は既に文献(1)等に報告してあるが, 著者らは境界条件式を誘導する際に板が周辺に弾性支持されているものとしている。したがって簡単なパラメータ操作により, 種々の境界条件の解析が可能となり, また張り出し部の大きい床板構造の場合に, 張り出し部の荷重を桁に作用するモーメント荷重として計算に取り入れることができるようになった。

[解法Ⅱ—板・桁複合構造理論に基づく解法]

板と桁とのたわみが等しく, 両者の間に水平力の伝達がなく, かつ板からは鉛直力のみが桁に作用するものと仮定して, 板, 直線桁および曲線桁の交点上の格点 (i, j) に式(5)を適用し, 所要のたわみを求める方法。

$$P_{fb}/r.w + P_g/\lambda + \delta_{slab} = \delta_{total} \quad \text{---(5)}$$

ここに, δ_{total} は格点直上に作用する鉛直荷重強度である。ただし, 考えている格点に直線桁あるいは曲線桁がなければ, 式(5)の左辺第1項あるいは第2項は省略でき, また板が鋼床板のようにそれ自体直交異方性を持つ場合は, 式(2)を, 等方性板のときには, 式(1)を左辺第3項に代入する。

3. 解析例

たとえば解析モデルとして, 図-2に示す中心角 $\theta_0 = \pi/3$, 辺長比 $\beta = d/l = 0.5$ の4主桁曲線橋を考え, 外側主桁中央点に集中荷重が作用するときの主桁①~④中央点のたわみを図示すれば, 図-3のようになる。この図で実線は解法Ⅰ, 破線は解法Ⅱによる結果を示す。なお解析に必要な板の剛度は次の算式により計算した。

$$D_r = E t^3 / 12, \quad D_\theta = E I_T / 2a, \quad D_{r\theta} = G J / 2a, \quad \nu_r = \nu_\theta = 0, \\ E I_T, G J (= \frac{1}{2} \pi b c^3); \text{ T型断面の曲げおよびねじり剛度。}$$

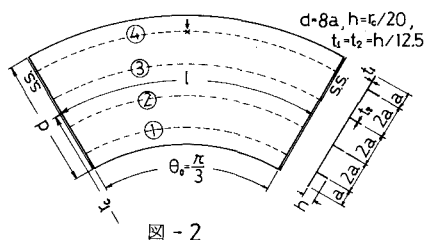


図-2

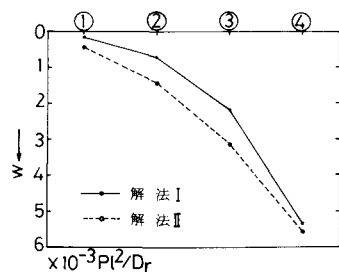


図-3

4. おわりに

従来より多主桁橋の解析に利用されてきた曲線直交異方性板理論と, 板・桁複合構造理論の2つの解析法をとりあげ, 差分法を利用したこれらの解析法の概要を述べた。さらに簡単な解析モデルにより, 2つの解析結果を比較したが, 著者らは現在種々の形状を有する曲線橋の模型実験を計画しており, その実験結果とここに示した2つの解析法の結果とを比較し, 解析結果の精度や適用限界等について検討を加えたいと思っている。

- 参考文献 > (1) 大塚, 吉村: 差分法による周辺弾性支持曲線直交異方性扇形平板の解析, 九大工集, 第47巻4号登載予定,
(2) Oesaka, H.: Finite Difference Analysis of Circular Ring Sector Plates Supported by Edge Beams, Proc. of JSCE, No. 220, Dec. 1973,
(3) 米沢: 直交異方性板理論の桁橋構造への適用に関する実験的研究, 土木学会誌, 第37巻10号, 昭和27年10月,
(4) Heins, C.P.: Bridge Analysis Using Orthotropic Plate Theory, Journal of the Structural Division, Proc. of ASCE, Vol. 94, Feb. 1968,
(5) Heins, C.P.: Bridge Test Predicted by Finite Difference Plate Theory, J. of the Structural Division, Proc. of ASCE, Vol. 95, Nov. 1969.