

九州大学工学部 正員 彦坂 熙

〃 〃 正員 内谷 保

〃 〃 学生員 大塚 又哲

1. 緒言

曲線橋には、通常の理論解析に用いられる扇形曲線橋以外に非扇形曲線橋も見受けられ、その設計に当っては、橋軸と支承線が直交しないことに伴う応力と変形の特性を十分考慮する必要がある。本論は、非扇形曲線橋の差分解析法を提案のうえ、数値計算例によりその力学的特性を明らかにし、この種の橋梁の設計に資せんとするものである。橋梁の断面形状は、並列主桁と床版とが一体となった多主桁断面および多重箱桁断面を考へ、解析に際して、版の橋軸方向の剛性は主桁の曲げ剛性とねじり剛性に換算して含ませ、版の橋軸直角方向の剛性は曲げ剛性のみをもつ変断面直線材の剛性に置換する。

2. 多主桁曲線橋解析の基礎方程式

図-1のように英 O を曲率中心として曲率半径 $R_1, R_2, \dots, R_N$ なる N 本の主桁をもつ非扇形曲線橋を考へ、各桁の中心角を $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N$ 、桁間隔を $b_1, b_2, \dots, b_{N-1}$ とする。各桁ごとに左端支承上の原英から任意英までの曲線長を s とし、桁上の任意英において、接線方向に x 軸、外向き法

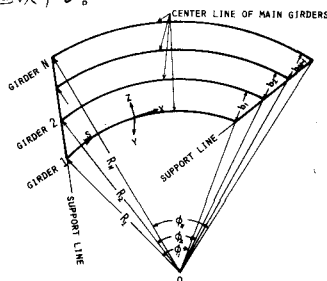


図-1

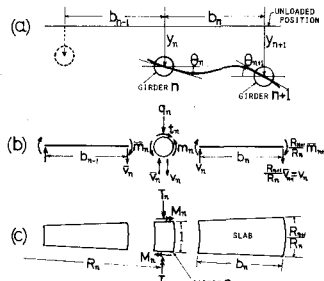


図-2

線方向に y 軸を設け、主桁 n の鉛直下向きたわみを y_n 、 x 軸まわりのねじり角を θ_n とする。図-2(a)は、 $y-z$ 面内での主桁 n と $n+1$ 、およびこれらの主桁に挟まれる床版の変形状態を示し、また図-2(b)は、主桁 n の単位円弧長に作用する外力を示したものである。ここに、 b_n, t_n は鉛直荷重強度およびねじりモーメント荷重強度、 $m_n, \bar{m}_n$ と $v_n, \bar{v}_n$ はそれぞれ図-2(c)のような、主桁 n に接する扇形床版端の単位中当りの曲げモーメントとせん断力で、すべて図中の矢印の向きを正とする。これらの外力を受けける主桁 n の釣合条件より、次の2つの微分方程式がえられる。ただし、主桁の曲げねじり(warping)効果を無視する。

$$EI_n \left\{ \frac{d^2 y_n}{ds^2} - \frac{\mu_n}{R_n^2} \frac{d^2 y_n}{ds^2} + \frac{1+\mu_n}{R_n} \frac{d^2 \theta_n}{ds^2} \right\} = b_n + v_n - \bar{v}_n, \quad -GJ_n \left\{ \frac{d^2 \theta_n}{ds^2} - \frac{\theta_n}{R_n^2 \mu_n} - \frac{1+\mu_n}{R_n \mu_n} \frac{d^2 y_n}{ds^2} \right\} = t_n - m_n - \bar{m}_n \quad (1)$$

ここに、 EI_n, GJ_n はそれぞれ主桁 n の曲げ剛性およびねじり剛性、 $\mu_n = GJ_n/EI_n$ 。上式の変形量および断面諸量を用いれば、主桁 n の曲げモーメント M_n 、ねじりモーメント T_n 、およびせん断力 Q_n が次式で表わされる。

$$M_n = -EI_n \left(\frac{d^2 y_n}{ds^2} + \frac{\theta_n}{R_n} \right), \quad T_n = GJ_n \left(\frac{d\theta_n}{ds} - \frac{1}{R_n} \frac{dy_n}{ds} \right), \quad Q_n = \frac{dM_n}{ds} - \frac{T_n}{R_n} \quad (2)$$

式(1)の右辺の $v_n, \bar{v}_n$ および $m_n, \bar{m}_n$ を変形量 y および θ で表わすため、部材長が $b_n = R_{n+1} - R_n$ 、部材中が n 端で1、 $n+1$ 端で R_{n+1}/R_n の変断面直線材を考へ、たわみ角式を適用する。すなわち、荷重が直接主桁に作用すると仮定すれば、変断面直線材に対する端モーメント式および端せん断力式が次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} m_n &= S_n \left\{ \theta_n + \bar{r}_{n+1} \theta_{n+1} - \frac{1+\bar{r}_{n+1}}{b_n} (y_{n+1} - y_n) \right\}, & \frac{R_{n+1}}{R_n} \bar{m}_{n+1} &= \bar{S}_{n+1} \left\{ r_n \theta_n + \theta_{n+1} - \frac{1+r_n}{b_n} (y_{n+1} - y_n) \right\} \\ v_n &= \frac{R_{n+1}}{R_n} \bar{v}_{n+1} = -\frac{1}{b_n} \left\{ (S_n + \bar{S}_{n+1} r_n) \theta_n + (\bar{S}_{n+1} + S_n \bar{r}_{n+1}) \theta_{n+1} - \frac{S_n(1+\bar{r}_{n+1}) + \bar{S}_{n+1}(1+r_n)}{b_n} (y_{n+1} - y_n) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここに、 $S_n, \bar{S}_{n+1}$ は部材の n および $n+1$ 端の端剛度、 $r_n, \bar{r}_{n+1}$ はモーメント分配法で慣用の到達率。

3. 基礎方程式の差分表示および解法

式(1)の各微係数を差分表示して数値解析するため、非扇形曲線橋の各主桁を図-3(a)のように m 等分して差

分英 1, 2, ..., m+1 を設ければ、主桁 n の差分間隔 λ_n は次式で与えられる。

$$\lambda_n = R_n \phi_n / m \quad (4)$$

本論では次の差分式を用いる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{d^2 y_n}{d\theta^2}\right)_i &= \frac{1}{\lambda_n} (y_{i+1}^n - 2y_i^n + y_{i-1}^n), \quad \left(\frac{d^2 \theta_n}{d\theta^2}\right)_i = \frac{1}{\lambda_n} (\theta_{i+1}^n - 2\theta_i^n + \theta_{i-1}^n), \\ \left(\frac{d^4 y_n}{d\theta^4}\right)_i &= \frac{1}{\lambda_n} (y_{i+2}^n - 4y_{i+1}^n + 6y_i^n - 4y_{i-1}^n + y_{i-2}^n) \end{aligned} \quad (5)$$

上式において、 y と θ の肩字と脚字はそれぞれ主桁

図-3

番号と差分英番号を示す。図-3(b)の扇形曲線橋の場合には、任意の主桁の差分英を通る法線が全主桁の差分英を切るので、式(5)を用いて式(1)を差分表示することは容易である。図-3(a)の非扇形曲線橋では、任意の主桁の差分英における法線が一般に隣接主桁の差分英を通らない。この場合は、各差分英の間で変形量と断面力が円弧長 λ に沿って一次変化するものとして一次補間式を用いることにより、扇形曲線橋と同様に差分表示することができる。主桁 n が縁桁 ($n=1$ または $n=N$) の場合には、主桁 $n-1$ または $n+1$ 上の差分英は imaginary point となるが、このときは、それらの imaginary point に対する差分方程式の係数を零にするだけでよい。また支承近傍で差分方程式を立てたときに生じる支承線外の imaginary point は、支承の境界条件により消去できる。こうして得られる y, θ に関する連立一次方程式を解くことにより、本題の多主桁非扇形曲線橋の変形量が求められ、断面力も式(2), (3)を差分表示することによりすべて決定される。

4. 計算例

図-4(a)のような平行支承を有する1スパンの4主桁曲線橋(Type A)と同図(b)の4主桁扇形曲線橋(Type B)を考え、これらの力学的特性を比較した。境界条件は、両支承において主桁の鉛直たわみ、ねじり角および曲げモーメントがいずれも零とする。等間隔に配置された主桁の各弧長を8等分し、差分英番号1~36を付す。橋梁の諸元を規定するパラメータとして、支承間隔 L 、主桁の曲げ剛性 EI 、主桁のねじり剛性 GJ と EI の比 $\mu = GJ/EI$ 、および橋軸直角方向の単位中当りの曲げ剛性 D (単位 I/L) を選ぶ。表-1は、計算結果の一部として、各主桁の中英5, 14, 23, 32に集中荷重 P を同時に載荷した場合の支束1および28のねじりモーメントと鉛直反力を、上記パラメータの各種の組合わせについて求めたものである。同表中、 $I_4 = 2I_1$ および $I_4 = 4I_1$ とは、4本の主桁の EI を内桁から外桁に向かって等比級数的に増加させ、 $I_2/I_1 = I_3/I_2 = I_4/I_3 = \sqrt[3]{2}$ ($I_4/I_1 = 2$)、および $\sqrt[3]{4}$ ($I_4/I_1 = 4$) とした場合である。Type A の各主桁のね

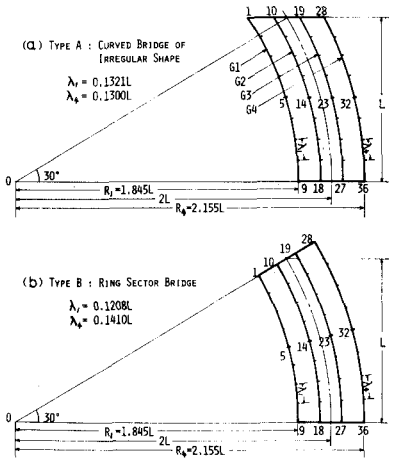


図-4

表-1 ねじりモーメント T_1, T_{28} (単位 PL), 鉛直反力 R_1, R_{28} (単位 P)

	TYPE	EI=CONST. D=0.051/L			EI=CONST. $\mu=0.5$				D=0.051/L, $\mu=0.5$		
		$\mu=0.01$	$\mu=0.1$	$\mu=1$	D=0	D=0.01	D=0.1	D=1	I=CONST	$I_4=2I_1$	$I_4=4I_1$
T_1	A	-0.0005	0.0031	0.0111	0.0392	0.0252	0.0002	-0.0330	0.0094	0.0011	-0.0045
	B	0.0029	0.0188	0.0371	0.0326	0.0330	0.0340	0.0374	0.0336	0.0186	0.0082
T_{28}	A	0.0061	0.0206	0.0251	0.0322	0.0303	0.0204	0.0055	0.0247	0.0264	0.0280
	B	0.0106	0.0326	0.0375	0.0380	0.0379	0.0370	0.0333	0.0381	0.0386	0.0397
R_1	A	0.110	0.094	0.110	0.500	0.343	-0.068	-1.053	0.105	0.077	0.056
	B	0.188	0.362	0.539	0.500	0.503	0.504	0.498	0.505	0.374	0.279
R_{28}	A	1.122	1.006	0.912	0.500	0.655	1.148	2.684	0.931	0.960	0.983
	B	0.888	0.635	0.465	0.500	0.497	0.495	0.497	0.495	0.635	0.751

なると思われる。