

秋田大学 正員 ○ 稼 農 知 徳

秋田大学 正員 薄 木 征 三

1. まえがき 剛性マトリクス法による骨組構造物の解析に関する研究は非線形問題を含めて、近年非常に多くの論文が発表されている。しかしながら、薄肉断面部材を含む骨組構造に関する論文はかなり少なく、とくに曲線薄肉断面部材を含む骨組構造に関しては、あまりみられない。著者はすでに曲線薄肉断面部材に関する剛性マトリクスを曲率面外変形に対して、基礎微分方程式に基づいて誘導している¹⁾。本論文では2軸対称薄肉断面曲線部材を対象とし、曲率面内変形に関する基礎微分方程式に基づいて曲率面内変形に対する剛性マトリクスを誘導し、すでに求めた曲率面外変形に対する剛性マトリクスを考慮して、2軸対称薄肉断面曲線部材の剛性マトリクスも求めたものである。ここでは薄肉曲線部材を含む骨組構造物として、新しい形式の曲線斜張橋を対象としてとりあげ、その計算例を示し、構造形式による断面力と変形量の変化に一考察を加えたものである。

2. 曲率面内変形に関する基礎微分方程式 一般に曲線部材の断面が、 y 軸(曲率面内に平行な軸)に関して対称な場合には、中立軸の変形を表示したとき、 $Z_z = \bar{Z}_y = 0$, $J_{yz} = C_x = 0$ となり曲率面内における変形と曲率面外への変形との連成がなくなり、基礎微分方程式は分離される。ここでは、Abb. 1のような2軸対称薄肉断面曲線部材に対して、特に曲率面内変形に関する基礎微分方程式を示す。

釣合い方程式は式(1)となる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{dN_z}{d\varphi} - \frac{1}{R} \frac{dM_x}{d\varphi} &= -Rq_z - m_x, \\ \frac{d^2M_x}{d\varphi^2} + RN_z &= -R^2q_y + R \frac{dm_x}{d\varphi} \end{aligned} \right\} \text{---(1)}$$

断面力と変形量との関係は式(2)に示される。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -EJ_x \kappa_x, \quad \kappa_x = \frac{1}{R} \left(\frac{d^2v_y}{d\varphi^2} + \frac{dw_z}{d\varphi} \right), \\ Q_y &= -EJ_x \frac{d\kappa_y}{Rd\varphi}, \quad \kappa_y = \frac{1}{R} \left(\frac{dw_z}{d\varphi} - v_y \right), \\ N_z &= EF \varepsilon_z, \end{aligned} \right\} \text{---(2)}$$

式(1)に式(2)の関係を代入すると、基礎微分方程式は式(3)となる。

$$\left. \begin{aligned} (EJ_x + EFR^2) \frac{d^2w_z}{d\varphi^2} + EJ_x \frac{d^3v_y}{d\varphi^3} - EFR^2 \frac{dv_y}{d\varphi} &= -R^4q_z - R^3m_x \\ EJ_x \frac{d^3w_z}{d\varphi^3} - EFR^2 \frac{dw_z}{d\varphi} + EJ_x \frac{d^4v_y}{d\varphi^4} + EFR^2 v_y &= R^4q_y - R^3 \frac{dm_x}{d\varphi} \end{aligned} \right\} \text{---(3)}$$

式(3)より v_y を消去すれば、 w_z に関する6階常微分方程式が得られ、同時に v_y が w_z で示される。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^6w_z}{d\varphi^6} + 2 \frac{d^4w_z}{d\varphi^4} + \frac{d^2w_z}{d\varphi^2} &= -\frac{R^2}{EF} \left(\frac{d^4q_z}{d\varphi^4} + \frac{d^3q_y}{d\varphi^3} \right) + \frac{R^3}{EJ_x} \left(R \frac{d^3m_x}{d\varphi^3} - R^2q_z - \frac{d^2m_x}{d\varphi^2} - m_x \right) \\ v_y &= \frac{dw_z}{d\varphi} - \frac{1}{1+k} \left(\frac{d^5w_z}{d\varphi^5} + \frac{d^3w_z}{d\varphi^3} \right) - \frac{R}{EF} \left\{ \frac{1}{1+k} \left(R \frac{d^3q_z}{d\varphi^3} + R \frac{d^2q_y}{d\varphi^2} - R \frac{d^3m_x}{d\varphi^3} \right) + \frac{k}{1+k} \frac{d^2m_x}{d\varphi^2} - R^2q_y \right\} \end{aligned} \right\} \text{---(4)}$$

ここで、 $k = FR^2/J_x$ さらに、接線回転角 τ_x は、 $\tau_x = (dv_y/d\varphi + w_z)/R$ ----- (5)

剛性マトリクス法では節点に作用する荷重はないとすると、式(4)の同次微分方程式の解が有効となる。

結局変位の一般解を示すと式(6)となる。

$$\left. \begin{aligned} w_z &= C_1 + C_2 \varphi + C_3 \sin \varphi + C_4 \cos \varphi + C_5 \varphi \sin \varphi + C_6 \varphi \cos \varphi \\ v_y &= C_2 + C_3 \cos \varphi - C_4 \sin \varphi + C_5 \left\{ \left(1 - \frac{2}{1+k} \right) \sin \varphi + \varphi \cos \varphi \right\} + C_6 \left\{ \left(1 - \frac{2}{1+k} \right) \cos \varphi - \varphi \sin \varphi \right\} \\ \tau_x &= C_1 + C_2 \varphi + C_5 \frac{2k}{1+k} \cos \varphi - C_6 \frac{2k}{1+k} \sin \varphi \end{aligned} \right\} \text{---(6)}$$

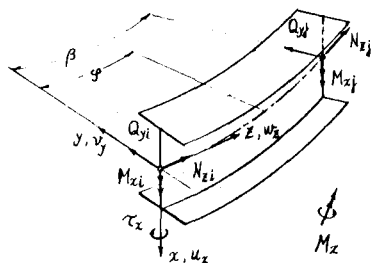


Abb. 1 薄肉断面曲線部材

3. 曲率面内変形に対する剛性マトリクス 式(6)に含みたる定数 $C_1 \sim C_6$ を枝端 i, j における境界条件により定め、式(2)においても 枝端 i, j における断面力を定数 $C_1 \sim C_6$ によって表示する。これらより枝端 i, j の断面力と変位量の関係式が求められる。すなわち、式(6)より $\{C\} = [B] \cdot \{V\}$ ---- (7) 式(2)より $\{Q\} = [A] \{C\}$ ---- (8) 式(7)(8)より $\{Q\} = [A][B] \{V\} = [K] \{V\}$ ---- (9) 従って $\{C\} = [C_1, C_2, C_3, \dots, C_6]^T$, $\{V\} = [\tau_{xi}, \nu_{yi}, w_{zi}, \tau_{xj}, \nu_{yj}, w_{zj}]^T$ $\{Q\} = [M_{xi}, Q_{yi}, N_{zi}, M_{xj}, Q_{yj}, N_{zj}]^T$ として $[A]$ および $[B]$ は 6×6 の正マトリクスである。 $[K]$ は $[A]$ および $[B]$ より求められる。

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ & & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ & & & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ & & & & K_{55} & K_{56} \\ & & & & & K_{66} \end{bmatrix} \text{ ---- (10)}$$

Symm.

立体薄肉曲線部材の剛性マトリクスは文献¹⁾に示されている曲率面外変形の剛性マトリクスと重ね合せて求めることができる。

4. 曲線斜張橋の解析 Abb.2に示す曲線斜張橋に応用した結果を示す。断面定数はTafel-1に表すとおりである。塔基部は中間交点で明結されており、ケーブルは塔に固定支持されているものとす。

Abb.3には Tafel-1 断面定数 塔を曲率中心側と

	桁	塔	ケーブル
$F_i [m^2]$	0.2400	0.9600×10^{-1}	0.3140×10^{-1}
$J_x [m^4]$	1.7920	0.5180×10^{-1}	—
$J_y [m^4]$	0.2080	0.8750×10^{-1}	—
$J_T [m^4]$	0.6144	0.8475×10^{-1}	—
$J_w [m^4]$	0.4606	0.1842×10^{-2}	—

その外側へ傾斜させた構造の場合の桁の断面力と変位量および塔、ケーブルの断面力への影響を考察したものである。これらの特性曲線では桁の各節点モーメントと塔基部の曲げモーメントを除いては $\theta = 0^\circ$ 、すなわち塔を鉛直にした構造の場合が有利であることを示している。Abb.4は集中荷重 $P=1$ による支束3の桁の曲げモーメント-影響線の一例を示したが、塔の傾斜角による変化も同時に示した。

5. あとがき 2軸対称薄肉断面曲線部材の剛性マトリクスを導出したことにより、多くの分野における

薄肉骨組構造の解析ができるようになった。

これにおいては、はじめの試みとして、曲線斜張橋の一解析例を示した。任意薄肉断面曲線部材に對しては別の例を発表したいと思う。この計算は北海道大学大型計算機 FACOM 230-60を用いた。

参考文献 1) 渡辺 稔彦 著「曲線部材の剛性をもった曲線斜張橋の剛性マトリクス法による解析」土木学会論文報告集第218号 1973.

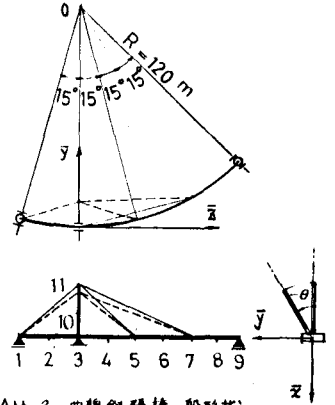


Abb.2 曲線斜張橋一般形状

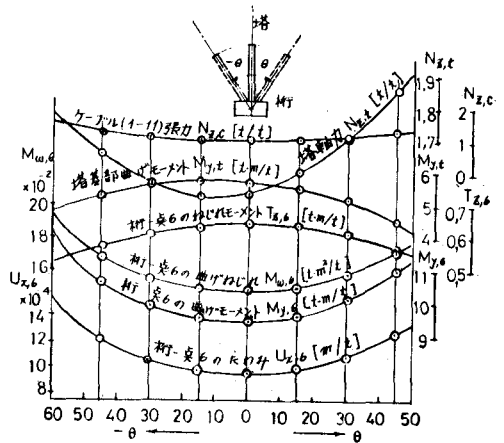


Abb.3 支束3に $P=1$ が作用した時の断面力, 変位量の塔の傾斜角による性状

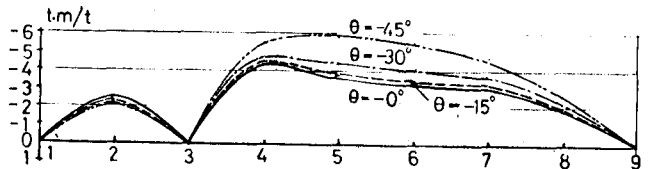


Abb.4 支束3の桁曲げモーメント M_{y3} の影響線