

(株) 神戸製鋼所 工 新家 徹
 “ 底中邦 沢
 “ 中村 寛市

1. まえがき 吊橋の長大化に伴ない、メインケーブルには ロープより強度の高い平行線ケーブルが用いられる傾向にある。平行線ケーブルは 素線を平行に束ねたもので、素線相互の滑動に対する拘束が無い場合には純張力部材とみて差しつかえないが、ケーブルバンドやラッピングワイヤ等でケーブルを縛付け素線相互の自由な滑動を拘束すると、特有な曲げ剛性を有してくる。従って、ケーブル径が太く且つ、糸の変形が大きい場合には、メインケーブルに大きな曲げ応力(以下2次応力と称す)の発生する可能性が考えられる。例えば、架設途中の吊橋メインケーブルには、補剛析の架設方法により非常に大きな集中力の作用する場合もあるが、このときの2次応力は かなり大きくなるものと思われた。また、列車荷重のように、糸の大きな変形を伴う荷重が繰返し作用する場合には、ケーブルを構成する素線の応力変動へ与える2次応力の影響は大であらう。

本報は このような吊橋平行線ケーブルの静的挙動を把握し、ケーブルに発生する2次応力を明らかにする為の解析手段を得んとしたものであり、その予報として、ケーブルバンドのみで縛付けられた吊橋平行線ケーブルの2次応力解析理論の概要を述べる。

2. 理論の概要 本理論全般の流水をノロで云うと、メインケーブルを せん断と曲げに対して剛なバンド部材(ケーブルバンド縛付部分)と特殊な部材剛性を有するケーブル部材(バンド部材とバンド部材に挟まれた素線の集合体)とが交互に連結されたものとして取扱ひ、吊橋系全体の有限変形解析を行なうことによりメインケーブルの2次応力を求めようとしたものと言うことが出来る。基礎方程式の未知数としては、

メインケーブルに於し ケーブル部材の伸び δl_c と部材回転角 θ_{c1} 及びバンド部材回転角 θ_{b1} 、

ハンガーと補剛析に於し ハンガーロープの伸び δl_h と補剛析終点の曲げモーメント M_{h2} 、

を採用したが、連立方程式を解く段階ではスケーリングを行ない未知数を総て無次元数に統一した。また、主眼を2次応力に置いてゐるので、解析には ハンガーロープの傾斜角変化及び補剛析の水平変位を無視した。

2-1. ケーブル部材の接線剛性行列 図-1参照

素線の集合体であるケーブル部材の2次応力は 素線張力によって構成される曲げモーメントに、素線端部の曲げモーメントの総和を加え合わせたものと考え

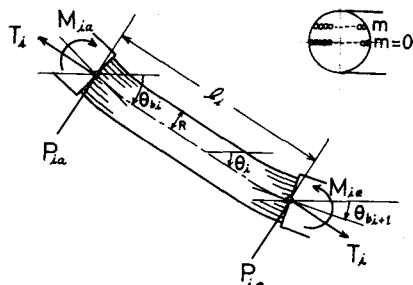


図-1, ケーブル部材の作用力系

られる。この考えに沿って接線剛性行列を導く。

誘導仮定

- I. ケーブルの断面形は不変。
- II. 素線の両端は バンド部材端に固定されている。
- III. 素線相互の接触作用は無視できる。
- IV. 素線自重の影響は無視できる。
- V. 素線の横撓みによる支点間距離の変化は無い。

*誘導 引張と曲げを受ける素線 n の部材端力 P_n と部材端変形 θ_n の関係式及びその局所線型関係式は

$$P_n = k_n \theta_n \quad \text{---(1)}, \quad \delta P_n = k_n \cdot \delta \theta_n + \delta k_n \cdot \theta_n \quad \text{---(2)}$$

但し、 $P_n = [P_n \quad P_n \quad M_n \quad t_n]^T$, T : 転置記号, $(\cdot)$: (1)の初期値

$$\theta_n = [\theta_{n1} - \theta_{n2}, \theta_{bn1} - \theta_{bn2}, \theta_n - \theta_n', l_n - l_n']^T$$

p : せん断力, m : モーメント, t : 張力, a : 始端, e : 終端

で表わされる。 k_n は次の通り

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -(EI\ell)^{-1} \ell - 2t^{-1} \ell^2, & k_2 &= k_1, & k_3 &= -2k_1, & k_4 &= 0 \\ k_5 &= -k_1, & k_{22} &= k_1, & k_{33} &= 2k_1, & k_{34} &= -2k_1 \\ k_{31} &= (EI\ell)^{-1} \ell - 2t^{-1} \ell^2 \{ \ell - (EI\ell^{-1})^{\frac{1}{2}} \}, & k_{32} &= (EI\ell)^{-1} \ell - \ell t^{-1} \cdot (EI\ell^{-1})^{\frac{1}{2}} \\ k_{33} &= -k_{31} - k_{32}, & k_{34} &= 0 \\ k_{41} &= -k_{32}, & k_{42} &= -k_{31}, & k_{43} &= -k_{33}, & k_{44} &= 0 \\ k_{51} &= k_{52} = k_{53} = 0, & k_{54} &= f_d \cdot E\ell^2 \end{aligned} \right\}$$

但し、 $k_n = (k_{ij})$, EI : 索線の曲げ剛性, f_d : 索線断面積

ℓ : 索線の支間距離, t : 索線張力

k_n は t の関数であるから, $\partial k_n / \partial t_n = \hat{k}_n \cdot \partial t_n$ の形に近似できる。ここで $\hat{k}_n = \partial k_n / \partial t_n$ 。 所で $\partial t_n = \hat{k}_n \cdot \partial \theta_n$, $\hat{k}_n = EI f_d [y_n - y_{n-1}] \dots (3)$

但し、 y_n は索線 n の中立軸からの距離。

であるから、索線の局所線型関係式として次式を得る。

$$\partial P_n = (k_n + \hat{k}_n \cdot \partial \theta_n) \partial \theta_n = \hat{k}_n \cdot \partial \theta_n \dots (4)$$

k_n と $\hat{k}_n$ はそれぞれ、 n 層中の索線に関する剛性行列と接線剛性行列である。 さて、ケーブル部材端力 P_n は索線端力 k_n の合力であるから、仮定 i, iv, v. を用いると次の関係がある。

$$P_n = \sum S_n \cdot P_n + \sum S_n \cdot y_n \cdot a \cdot t_n \dots (5)$$

$$\text{又、} \partial P_n = \sum S_n \cdot \partial P_n + \sum S_n \cdot y_n \cdot a \cdot \partial t_n \dots (6)$$

但し、 S_n : n 層中に含まれる索線本数

$$a = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0]^T, \quad P = [P_n \ P_n \ M_n \ M_n \ T]^T$$

(5), (6) 式の右辺 2 項は索線軸力の構成する 2 次応力成分である。(6) 式に (5) 式を代入すると、ケーブル部材 n の局所線型剛性方程式を得る。

$$\partial P_n = K_n \cdot \partial \theta_n \dots (7), \quad K_n = \sum S_n \hat{k}_n + \sum S_n \cdot y_n \cdot a \cdot \hat{k}_n \dots (8)$$

K_n は本解析の定式化における、ケーブル部材の接線剛性行列である。(7) 式において、 $\partial \theta_n$ は部材端変位 θ_n に変換すれば変位法における剛性行列が得られる。筆者らは変換時に生じる誤差を防ぎ、未知数の減少を計る為、あえて $\partial \theta_n$ を未知数ベクトルに採用した。

2-2. バンド部材の釣合

バンド部材は曲げとせん断に対し剛とする。

図-2 中の P_n , P_n^c はそれぞれ、ハンガー張力、ケーブルバンドに作用する鉛直荷重及びケーブルとケーブルバンドの換算自重である。バンド部材の釣合式を変形前後の両系について立てると、増分量 θ の関係式 (I) が得られる。但し、(I) 式は (II) 式を用いて整理される。 $\partial X_n = [\partial \theta_n \ \partial \theta_n \ \partial \theta_n \ \partial k_n \ \partial M_n]^T$

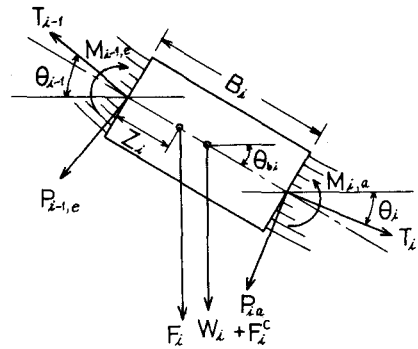


図-2. バンド部材の作用力系

$$A_i' \partial X_{i-1} + B_i' \partial X_i + C_i' \partial X_{i+1} = D_i' \dots (9)$$

2-3. 補剛桁とハンガー

2-2. と同様に変形前後の系に対して、補剛桁格点の釣合式と、隣接ハンガーに挟まれるメーノケーブル $i \sim$ ハンガー j 間 $\sim$ 補剛桁 k $\sim$ ハンガー l の成す多角形の閉合条件式を立てると、増分量 θ の関係式を得る。

$$A_i' \partial X_{i-1} + B_i' \partial X_i + C_i' \partial X_{i+1} = D_i' \dots (10)$$

2-4. 径間適合条件式

本解析では部材間の適合条件は自動的に満足するが、ケーブルの終端とその支点に関して、それぞれが一致するという条件を与えてやる必要がある。2-2. と同様にして、次の局所線型方程式 (III) を得る。

$$\sum_{i=1}^n E_i \cdot \partial X_i = D_{i,n} \dots (III)$$

但し、 i_n と i_{n+1} はそれぞれケーブルの左、右支点格点番号を表す。

2-5. 連立方程式の解法

(9), (10) より式を得る。

$$A_n \partial X_{i-1} + B_n \partial X_i + C_n \partial X_{i+1} = D_n \dots (12)$$

但し、 $A_n = A_i' + A_j'$, $B_n = B_i' + B_j'$, $C_n = C_i' + C_j'$, $D_n = D_i' + D_j'$

(10) 式と (12) 式の連立方程式は、後進消去の後、前進代入を行なうことにより効率よく解を求め得る。

2-6. 修正法

Newton-Raphson 法と、3 角関数の展開に用いる、

$$\sin(\theta + \delta\theta) = \sin\theta + \mu\delta\theta, \quad \cos(\theta + \delta\theta) = \cos\theta - \nu\delta\theta$$

$$\mu = \delta\theta^{-1} [\sin(\theta + \delta\theta) - \sin\theta], \quad \nu = -\delta\theta^{-1} [\cos(\theta + \delta\theta) - \cos\theta]$$

なる操作を施した μ , ν を用いて係数行列を作成する割線法とも言うべき方法を併用した。

3. あとがき 索線集合体としてのケーブルの接線剛性行列を導き、吊橋平行線ケーブルの 2 次応力解析を行った。計算例は発表当日スライドで説明の予定です。