I-181　マトリックス大変形法による吊橋の立体解析

(株) 神戸製鋼所　正　新家　徹
〃　〃　頭井　洋
〃　〃　○大谷　脩

1　まえがき

吊橋の解析において　鉛直変形，ねじり変形および横方向変形の連成する立体的な挙動を解析的に解くことは困難であり，架設途中状態においては　さらに困難であることが予想される。これまでの解析においては　補剛トラスを箱型断面梁に変換して解析を行なうのがほとんどであり，マトリックス大変形法を用いて補剛トラスをトラスのまま解析した例は　ほとんど見られない。吊橋のような多節点系の立体構造解析にマトリックス大変形法を用いる場合は　電子計算機の記憶容量等が膨大になるため　特別な工夫を必要とする。漸化変形法は　吊橋をユニット分割し，3軸形の剛性行列を作成して，これを漸化手法を用いて解くことにより　記憶容量を充分縮少することができ，能率よく計算できる。本文では　この手法を用いて補剛トラス吊橋の立体大変形解析を行ない吊橋の完成時および架設時の立体的挙動における問題点を明らかにしようとしたものである。

2　基本式とプログラムの概要

吊橋のような大変形を生じる構造では，部材剛性マトリックスに非線形性を厳密に考慮する必要がある。本解析においては　吊橋を構成する部材のうち　主ケーブル，ハンガー，補剛トラスの個々の部材は総べて軸力部材であり，タワーを構成する部材のみが曲げと軸力の両方に抵抗する部材であるとする。図1のように座標，各変形量の記号を定めると，軸力部材の非線形性を考慮した基本式は　次のように示される。

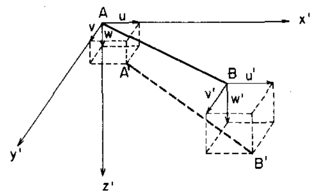

図 1　軸力部材の変形

$$\Delta\mathbb{V} = \mathbb{K}(\mathbb{U} - \mathbb{U}) \quad \text{-------}(1)$$

ここに剛性マトリックス$\mathbb{K}$は　次式で示される。

$$\mathbb{K} = \frac{EA}{\ell_0}\begin{bmatrix}\cos\alpha \\ \cos\beta \\ \cos\gamma\end{bmatrix}\left\lfloor \cos\alpha_0 + \mathbb{U}, \cos\beta_0 + \mathbb{V}, \cos\gamma_0 + \mathbb{W} \right\rfloor$$

$$+ \frac{T}{L}\left\{\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}\cos\alpha_0 \\ \cos\beta_0 \\ \cos\gamma_0\end{bmatrix}\left\lfloor \cos\alpha_0 + \mathbb{U}, \cos\beta_0 + \mathbb{V}, \cos\gamma_0 + \mathbb{W} \right\rfloor\right\} \quad \text{----}(2)$$

また　非線形項$\mathbb{U}$, $\mathbb{V}$, $\mathbb{W}$は　次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix}\mathbb{U} \\ \mathbb{V} \\ \mathbb{W}\end{bmatrix} = S\begin{bmatrix}\cos\alpha_0 \\ \cos\beta_0 \\ \cos\gamma_0\end{bmatrix} + \frac{1+S}{2L_0}\begin{bmatrix}u'-u \\ v'-v \\ w'-w\end{bmatrix} \quad \text{--------------}(3)$$

ここに，

$$S = \frac{1}{\varepsilon}\left\{\sqrt{1+2\varepsilon} - 1\right\} - 1$$

$$\varepsilon = \frac{u'-u}{L_0}\cos\alpha_0 + \frac{v'-v}{L_0}\cos\beta_0 + \frac{w'-w}{L_0}\cos\gamma_0 + \frac{(u'-u)^2}{2L_0} - \frac{(v'-v)^2}{2L_0} - \frac{(w'-w)^2}{2L_0}$$

$\cos\alpha_0$, $\cos\alpha$; $\cos\beta_0$, $\cos\beta$; $\cos\gamma_0$, $\cos\gamma$;　部材変形前，変形後のx，y，z軸に対する方向余弦

l_0；部材無応力長，　T_0；部材変形前の張力，　EA；部材の伸び剛性

曲げ部材に関しては 変形がそれ程大きくないことよりPrzemienieckiの式を用いた。本解析では、吊橋をユニットに分割する。この時 隣接するユニット間にまたがる部材を開部材（Open Member，図2の主ケーブル，弦材，斜材等），ユニット内の部材を閉部材（Closed Member，ハンガー等）とする。ユニットに含まれる節点のうち，閉部材のみが接続する節点を内点（Closed Node，図2の節点7）とし，開部材が接続する節点を外点（Open Node，節点1～6）とする。任意のユニットrで局所方程式を作ると式(4)となる。

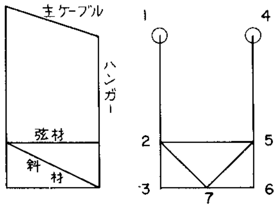

図2　吊橋のユニットのモデル図

$$
\begin{array}{c} \\ \text{Open} \\ \text{Close} \end{array}
\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \text{open} & \text{close} & \end{array} \\
\left[\begin{array}{c|c|c|c} \mathbb{K}_{r,r-1} & \mathbb{K}_{o,o} & \mathbb{K}_{o,c} & \mathbb{K}_{r,r+1} \\ \hline & \mathbb{K}_{c,o} & \mathbb{K}_{c,c} & \end{array}\right] \end{array}
\left[\begin{array}{c} \mathbb{U}_{r-1,o} \\ \hline \mathbb{U}_{r,o} \\ \hline \mathbb{U}_{r,c} \\ \hline \mathbb{U}_{r+1,o} \end{array}\right]
=
\left[\begin{array}{c} \mathbb{P}_o \\ \hline \mathbb{P}_c \end{array}\right] \quad \text{---------(4)}
$$

ここに 添字o，cは Open Node，Closed Nodeを示す。

式(4)における内点の変位$\mathbb{U}_{r,c}$は，次式より外点の変位$\mathbb{U}_{r,o}$で表わすことができる。

$$\mathbb{U}_{r,c} = -\mathbb{K}_{c,c}^{-1}\mathbb{K}_{c,o}\mathbb{U}_{r,o} + \mathbb{K}_{c,c}^{-1}\mathbb{P}_c \quad \text{---------(5)}$$

したがって 任意のユニットrの全外点変位を$\{\mathbb{U}\}_r$とすると局所方程式は 次のように表わされる。

$$\mathbb{A}_r\{\mathbb{U}\}_{r-1} + \mathbb{B}_r\{\mathbb{U}\}_r + \mathbb{C}_r\{\mathbb{U}\}_{r+1} + \{\mathbb{P}\}_r = 0 \quad \text{---------(6)}$$

式(6)を全ユニットに対して求めると系全体の全体方程式が 3軸形の形で求められる。このような3軸形のマトリックスの解法には 漸化変形法を用いることにより電子計算機の記憶容量を少なくさせ，外部記憶装置を有効に使用することができる。式(4)の剛性行列の各要素の中には 未知変位量が含まれるので反復計算が必要である。このようにして 漸化と反復計算により各変形量がもとめられたなら，それらより各部材の断面力を決定することができる。

本プログラムでは ユニットのモデルを種々選択することにより，トラス橋，アーチ橋，ラーメン構造物等に使用できる汎用システムになっている。

3　計 算 例

計算の対象とした吊橋の形状および載荷荷重を図3に示した。主な断面諸元については当日スライドで説明します。図3，4は 本解析と文献1）の解析理論により求めた変位を比較したものである。変位に関しては，ねじり理論は，ほぼ妥当な値を示している。部材力等に関して当日スライドを使用して説明させて戴きます。

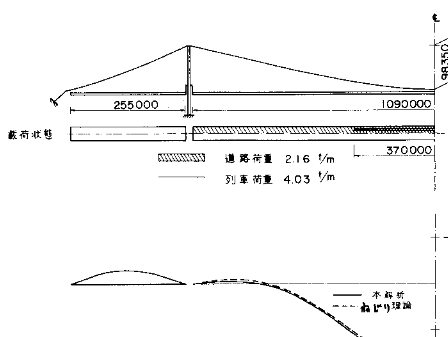

図3　補剛トラス(節点2)の鉛直変位

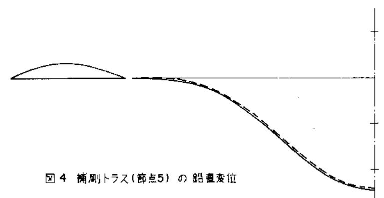

図4　補剛トラス(節点5)の鉛直変位

参 考 文 献

1）本州四国連絡橋上部構造に関する調査報告書；"吊橋のねじり解析"
2）J.S.Przemieniecki ；"Theory of Matrix Structural Analysis"
3）新家，頭井，大谷；"大変形法によるつり橋の解析とその応用" R＆D，1974，4，Vol 24，No2
4）谷本亀之助，夏目正太郎，新家徹，頭井洋；"長大橋の架設中の変形" 土木学会年次学術講演会概要集，1972，10