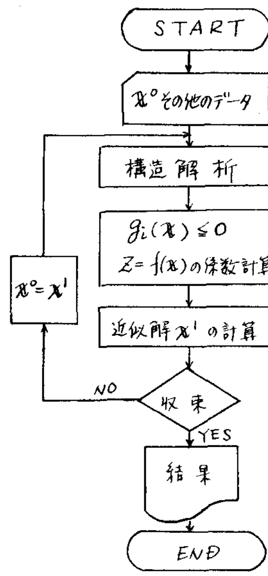
I-177　変断面連続ばりの最適設計

信州大学工学部　正員　長　尚

1．まえがき

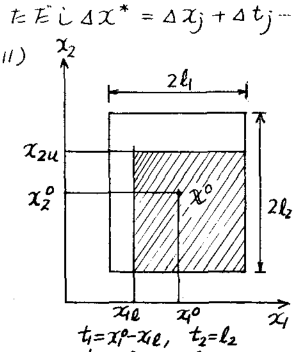
最適設計法を実用化するためには，計算容量の減少と，計算時間の短縮を計る必要がある。最適弾性設計の問題は一般に非線形計画の問題となり，主な計算の流れは図−1のようになる。計算容量および計算時間が非常に多く必要となるのは，変数の数および制約条件の数が多く，最適化問題とその解法のための記憶容量が多く必要で，しかも演算時間のかかる構造解析および最適解法を繰り返すことになるからである。本文はかかる問題の解決について，次節のような若干の工夫を述べ，具体的に変断面連続ばりの最適設計例について述べたものである。



図−1

2．計算法

1）　制約条件式の取捨選択　　図−1に示した，繰り返しのある段階の解 x^1 は一般にすべての制約条件に対して条件一杯になるのではなく，かなりの数の制約条件式に対しては余裕が残っている。このような余裕のある制約条件式は，その段階の最適化問題の制約条件式として含めなくても結果は同じである。したがって，各段階において，その段階の初期値 x^0 が，その制約条件の境界近傍もしくは境界の外となっている場合についてだけ，制約条件式に採用するものとすれば，制約条件式の数はかなり減らすことができる。すなわち制約条件式，$g_i(x)\leqq 0$ ……(1) を作成するに当って，$g_i(x^0)>-\delta_i$（δ_i：十分小さい正の値）……(2) が成立する場合に限って，制約条件式として採用することにする。この方法を特に活荷重が作用する場合に適用すると，影響線を用いる方法より扱いが比較的簡単で，しかも制約条件式の数はほとんど影響線を用いる場合と同じ程度に少なくすることが可能である。次に最適化の手法としては，一般に反復線形計画法（ＳＬＰ）が最も使い易い。その場合 move limit の関係で，ＬＰを適用するときの変数としては，x そのものでなく，x の変化量 Δx を用いるのが便利である。すなわち制約条件は，$g_i(x^0)+\nabla g_i(x^0)\Delta x\leqq 0$，$(i=1,\cdots,m)$ ……(3)，$|\Delta x|\leqq l$ …(4) で，目的関数は，$Z=\nabla f(x^0)\Delta x\rightarrow min.$ ……(5) を用いる。ここに l は move limit である。ただしＬＰを適用する場合変数は非負でなければならないから，Δx を Δx^* に変換するのであるが，変数 x に上下限値，$x_l\leqq x\leqq x_u$ …(6) が設けられている場合，制約条件として，$g_i(x^0)+\nabla g_i(x^0)(\Delta x^*-\Delta t)\leqq 0$　$(i=1,\cdots,m)$ …(7)，$\Delta x^*\leqq d$ ……(8)，ただし $\Delta x^*=\Delta x_j+\Delta t_j$ ……(9)，$\Delta t_j=min\{l_j,\ x_{jl}\}$ …(10)，$d_j=\Delta t_j+min\{l_j,\ x_{ju}-x_j^0\}$ ……(11) を用いれば，式（4）と式(6)は一種類の式（8）にまとめることができ，制約条件式の数を減らすことができる。これは変数が２つの場合について示した図−２から判るように，式（4）と式（6）は，条件によってある一方が成立すれば，必ず他方は成立する関係にあるからである。



$t_1=x_1^0-x_{1l}$，$t_2=l_2$
$d_1=x_1^0-x_{1l}+l_1$
$d_2=l_2+x_{2u}-x_2^0$

図−２

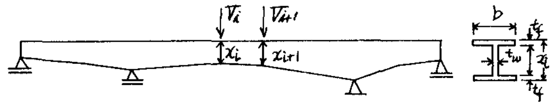
2）　構造解析計算回数の節減　　変数の数が多くなると構造解析の計算の時間も多く必要となる。そこで変数の値の変化の度に構造解析を繰り返すと，それだけ多くの計算時間が必要となる。一方繰り返しの最初の段階では，構造解析の計算精度はそれ程必要でなく，又繰り返しがある程度進んで最適解に近くなると変数の変化が余りなくなり，したがって構造解析結果もほとんど変化しなくなる。

そこで，まず繰り返しの初期の段階では構造解析は最初の結果を用い，又ある程度進んでからは,変数の変化量の和がある値になった時だけ構造解析の計算を行なうものとすれば，演算時間の節減が計れる。

3） 制約条件式の集約化　許容応力度設計法は，構造物のいかなる点の応力もしくは変位も，ある許容値を超えないことを条件としている。この場合許容値としては，降伏点などのその材料の限界値を材料安全率で割った値が用いられる。これに対し，荷重および限界値は確率変数であるとすれば，個々の点が限界値を超す確率P_{ri}は，$P_{ri}=P_r\{g_i(x,Z)>0\}$ ……(12) となる。ここにZは確率変数である。そこで構造物全体としての限界超過確率P_rは，一個所でも限界を超すと構造物全体としても限界を超したこととすれば，これはweakest link typeと考えられるから，$P_r=1-\Pi(1-P_{ri})\doteqdot\sum P_{ri}$ ……(13) となる。したがってもし構造全体としての限界超過確率の許容値P_{ra}を何らかの方法で決めれば，制約条件は次の一式に集約される。すなわち，
$\sum P_r\{g_i(x,Z)>0\}\leqq P_{ra}$ ……(14) である。

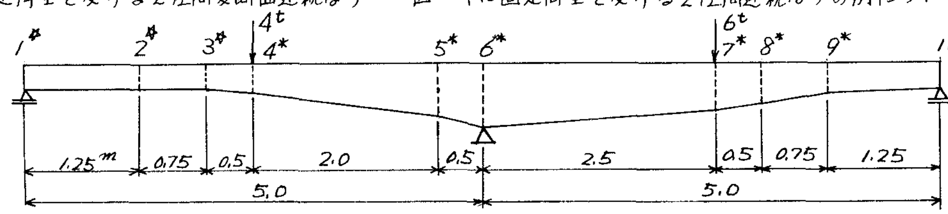
3．変断面連続ばりの最適設計例

図－3に示す変断面連続ばりにおいて，変数は各分割点の高さx_iとする。制約条件は，各分割点の曲げ応力度，せん断応力度およびたわみがそれぞれ許容値以下となることとし，目的関数は重量が最小になることとする。構造解析の式は$R=Ku$ ……(15)を用いる。ここにRは荷重列ベクトル，Kは剛性マトリックス，uは変位列ベクトルである。SLPを適用するときの偏微係数は$\frac{\partial u}{\partial x_i}=-K^{-1}\frac{\partial K}{\partial x_i}u$ ……(16)を利用して求める。



図－3

1） 固定荷重を受ける2径間変断面連続ばり　図－4に固定荷重を受ける2径間連続ばりの例について示す。



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
初期値 x^0	10cm	15	18	22	29	30	22	18	15	10
最適解 x	10.0	10.0	10.0	11.2	21.0	26.5	20.9	17.6	12.4	10.0

曲げ応力度に関する制約条件考慮点　2，3，4，5，6，7，8，9　（$\sigma_a=1400$ kg/cm²）

せん断応力度に関する制約条件考慮点　1，4，6，7，10　（$\tau_a=1000$ kg/cm²）

たわみに関する制約条件考慮点　4，7　（$\delta_a=2$ cm）

$b=12$ cm，$t_f=1.2$ cm，$t_w=1$ cm，$x_l=10$ cm，$x_u=30$ cm，move limit = 2 cm

初期重量 $W_0=369.5$ kg，最終重量 $W=335.5$ kg，#:寸法下限一杯の点，*:曲げ応力一杯の点

図－4

この例では，制約条件式の数は，曲げ応力度について8個，せん断応力度について5個，たわみについて2個，寸法制限について20個，move limit について10個の合計45個であるが，前節の1）の方法を用いた結果，繰り返しの各段階で使った制約条件式の数は12～18個であった。また精度を0.1%としたときの繰り返し回数は8回で，そのうち構造解析の繰り返し回数は4回であった。

2） 移動荷重と固定荷重を受ける2径間変断面連続ばり　前例において第1径間の固定荷重を2t，第2径間の固定荷重を4t，活荷重を2tとしたところ，最適解x=（10.0cm，12.2，14.6，15.1，14.7，20.0，25.7，23.1，17.7，10.0）を得た。この例においても実際に用いた制約条件式の数は17～20式で，繰り返し回数は11回であった。

3） 制約条件を集約した例　1）と同じ例について，前節の3)の方法を用いたところ，各段階の最適化の計算は早くなるが，一回分の収束度が悪くなり，繰り返し回数は15回であった。時間はやや1)より早くなった。