I-175　強度劣化を伴う構造物の信頼性*

京都大学大学院　学生員　○小池　武
京都大学工学部　正　員　亀田　弘行

1. まえがき

大荷重をくり返し受ける構造物の信頼性を議論する場合には、生き残る構造物の残存強度の確率分布という概念の導入が必要なことを指摘し、その基礎理論を展開した。[1] その結果を拡張し、強度劣化を伴う構造物の信頼性に関してさらに一般的な信頼性諸量の定義を与えたので、その結果を報告する。

また本報告では、荷重列の確率分布として、対数正規分布、最大値に関する第一種極値分布（以後、極値分布と呼ぶ）および正規分布を用いて数値計算を行ない、分布形の影響についても考察を加えた。

2. 残存強度の確率分布

作用する荷重Sが、構造物の抵抗強度Rに較べて非常に小さいとき、Rの確率分布は荷重の影響を受けず、一定不変と仮定してもよいが、大荷重がくり返し作用する場合には、Rの確率分布形状に与える次の2つの効果を考慮する必要がある。すなわち、荷重が作用してその構造物が破壊しなければ、R > Sを保障したことになる。これを非破壊効果と呼ぶ。しかしまた、このような大きさのSがくり返し作用すれば抵抗強度はSによる累積損傷により強度劣化を生じるであろう。これを強度劣化効果と呼ぶ。このとき、Fig. 1に示すように、Rの確率密度は、実線から破線に変化する。

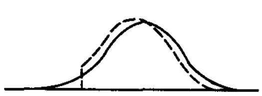

Fig. 1

いま、強度劣化効果を示すパラメータとして、強度劣化係数$\varphi(S)$を導入する。Fig. 2に本研究で用いた$\varphi(S)$の2つのタイプが示されている。この$\varphi(S)$を使うと、$S_1, \cdots, S_N$の荷重を受けた構造物の残存強度R_Nは次式となる。

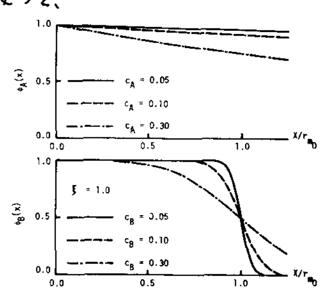

Fig. 2

$$R_N(S_1, \cdots, S_N) = R_0 \prod_{j=1}^{N} \varphi(S_j) \qquad \text{-------- (1)}$$

2.1. 既知の荷重列載荷後の残存強度

構造物が、l個の既知の荷重$s_1, \cdots, s_l$を受けて生き残っている場合のその残存強度$R_0^{(l)}$の条件付確率分布$F_{R_0}^{(l)}(x; s_1, \cdots, s_l)$は、

$$F_{R_0}^{(l)}(x; s_1, \cdots, s_l) = P[R_0^{(l)} \leq x \mid (R_0 > s_1) \cap \cdots \cap (R_0^{(l-1)} > s_l)]$$
$$= P[R_0 \leq x/\alpha_{l1}(s) \mid R_0 > \sigma_{max}^{(l)}/\alpha_{l1}(s)] \qquad \text{-------- (2)}$$

ここで、$\alpha_{ik} = \prod_{j=k}^{i} \varphi(s_j)$，$\sigma_{max}^{(l)} = max(\alpha_{l1}(s)s_1, \cdots, \alpha_{ll}(s)s_l)$

2.2. 将来の荷重列に対する残存強度

将来のn個の荷重$S_1, \cdots, S_n$を受けて生き残る構造物の残存強度R_nの確率分布を求める。$S_1, \cdots, S_n$が確率変数であるから、これらの大小関係に関してあらゆる組み合わせを考慮すると、結局次式を得る。

$$F_{R_n}(x) = P[R_n \leq x \mid \text{survival in } S_1, \cdots, S_n] = B_n(x)/B_n(\infty) \qquad \text{--------- (3)}$$

$$B_n(x) = \sum_{k=1}^{2^{n-1}} \int_{D_{1k}} dy_1 \int \cdots \int_{D_{nk}} \{F_{R_0}(x/\alpha_{n1}(y)) - F_{R_0}(\eta_{nk}/\alpha_{n1}(y))\} H(x-\eta_{nk}) \cdot f_{S_1 \cdots S_n}(y_1, \cdots, y_n)\, dy_n \qquad \text{----- (4)}$$

3. 強度劣化を考慮した信頼性理論

式(4)で$x \to \infty$とした$B_n(\infty)$は、構造物が将来の$S_1, \cdots, S_n$という荷重列を受けて生き残れる確率を表わしているから、それは信頼性函数$L_N(n)$と一致する。すなわち、

$$L_N(n) = B_n(\infty) \qquad \text{--------- (5)}$$

したがって、危険率$h_N(n)$は、

$$h_N(n) \equiv 1 - L_N(n)/L_N(n-1) = 1 - B_n(\infty)/B_{n-1}(\infty) \qquad \text{--------- (6)}$$

過去のl個の荷重$s_1, \cdots, s_l$を受け、さらに将来の荷重列に対する構造物の信頼性$L_N^{(l)}(n; s_1, \cdots, s_l)$および、

危険率 $h_N^{(\ell)}(n;s_1,\cdots,s_\ell)$ は、

$$L_N^{(\ell)}(n;s_1,\cdots,s_\ell)=B_n^{(\ell)}(\infty;s_1,\cdots,s_\ell)=\sum_{k=1}^{2^{n-1}}\int_{D_{1k}}dy_1\int\cdots\int_{D_{nk}}\left[1-F_{R_0}(\eta_{nk}/\alpha_{n1}(y);s_1,\cdots,s_\ell)\right]H(x-\eta_{nk})f_{S_1\cdots S_n}(y_1,\cdots,y_n|s_1\cdots s_\ell)dy_n \quad (7)$$

$$h_N^{(\ell)}(n;s_1,\cdots,s_\ell)=1-B_n^{(\ell)}(\infty;s_1,\cdots,s_\ell)/B_{n-1}^{(\ell)}(\infty;s_1,\cdots,s_\ell) \quad (8)$$

Table 1— RESISTANCE PARAMETERS η_{nk}

$n=1$	$y_1\alpha_{11}(y)$	η_{11}
$n=2$	$y_1\alpha_{21}(y)$	η_{21}
	$y_2\alpha_{22}(y)$	η_{22}
$n=3$	$y_1\alpha_{31}(y)$	η_{31}
	$y_3\alpha_{33}(y)$	η_{32},η_{34}
	$y_2\alpha_{32}(y)$	η_{33}

Table 2— INTERVALS OF INTEGRATION D_{nk}

	$n=1$	$n=2$	$n=3$
$0\sim\infty$	D_{11}	D_{11},D_{12}	$D_{11},D_{12},D_{13},D_{14}$
$0\sim y_1\alpha_{11}(y)$	—	D_{21}	D_{21},D_{22}
$y_1\alpha_{11}(y)\sim\infty$	—	D_{22}	D_{23},D_{24}
$0\sim y_1\alpha_{21}(y)$	—	—	D_{31}
$y_1\alpha_{21}(y)\sim\infty$	—	—	D_{32}
$0\sim y_2\alpha_{22}(y)$	—	—	D_{33}
$y_2\alpha_{22}(y)\sim\infty$	—	—	D_{34}

4. 数値計算例

初期抵抗強度 R_0 の確率分布には、正規分布を採用した。またランダム荷重列は、同一の確率分布に従う独立な確率変数とし、対数正規分布、極値分布、正規分布を用いた。

Fig. 3は、荷重の3つの分布形に関して、残存強度の平均値を比較している。同図より、タイプAでは、三者とも全般的によく一致した傾向を示しているが、タイプBでは、対数正規分布と極値分布は、中央安全率 ν の小さな範囲で正規分布ほど非破壊効果が顕著でなく、安全率 ν の大きい範囲で正規分布以上に強度劣化効果を示している。

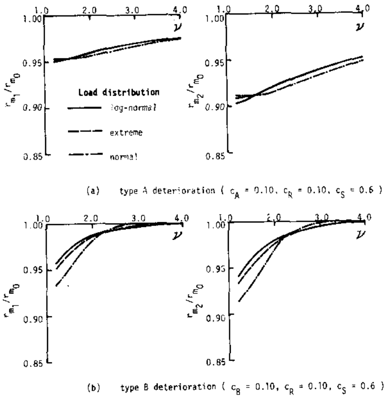

Fig. 3

Fig. 4は、対数正規分布に従うくり返し荷重についてタイプAとタイプBの劣化モードによる危険率 $h_N(n)$ の変化を示したものである。同図には、古典理論に対する結果も示されている。すなわち抵抗強度一定の constant タイプ($\varphi(s)=1.0$)、抵抗強度が載荷回数のみに依存する $\psi_A(k)$ タイプ、$\psi_B(k)$ タイプ ($\psi_A(k)=[\varphi_A(s_m)]^k$, $\psi_B(k)=[\varphi_B(s_m)]^k$) の場合の結果も同時に示されている。

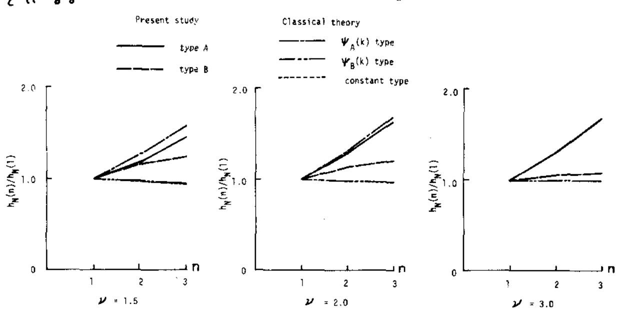

Fig. 4

Fig. 5 は、信頼性函数に対する分布形の影響を示したものである。タイプA, Bのいずれの場合においても、対数正規分布と、極値分布は非常に近接しているのに対し、正規分布の値は、前二者の値に較べて大きな値をとっている。

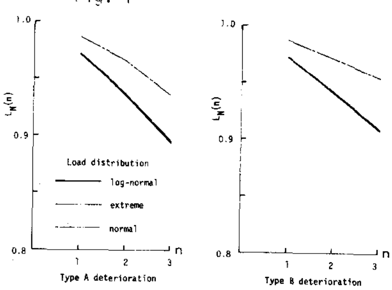

Fig.5

Fig. 6は、対数正規分布に従う場合の信頼性函数を示したものである。安全率 ν が増加すると、タイプBの強度劣化に対する結果は、古典理論の一定抵抗強度をもつ場合に急速に接近する。そして、タイプAの場合は、古典理論の $\psi_A(k)$ タイプの強度劣化の場合の値にかなりよく一致する。

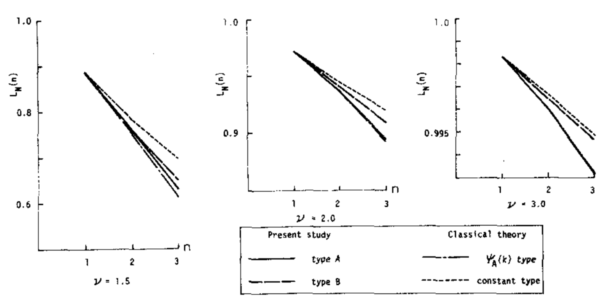

Fig. 6

参考文献

1) T. Koike and H. Kameda : "Reliability Theory of Structures with Strength Degradation in Load History," the Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., Vol. XXXV, Part 4, Oct. 1973.

＊土木学会論文報告集に投稿中