I-172 死活荷重が骨組構造の応力に及ぼす効果

熊本大学工学部 正員 三池亮次
同上 正員 高浜邦治
同上 学生員 ○丸内進

1．要旨

材質，形状および載荷の形式が相似または疑似相似の骨組構造に死活荷重が作用する場合の応力σとスパンLの関係を、骨組構造解析における相似則を応用して解析検討したものである。

2．骨組構造解析における諸無次元数

骨組構造解析における無次元剛性マトリックス$\mathbb{K}^*$は、材質に関する無次元数としてポアソン比、基準部材に対する任意部材の弾性係数Eの比 ν, k_E，形状に関する無次元数として、基準部材に対する任意部材の長さℓ，断面積Aの比 k_ℓ, k_A，剛比K，基準部材の細長比λ_0などによって構成され、変位uおよび回転変位ϕの無次元数$u^*=(E_0A_0/P_0)(u/\ell_0)$，$\phi^*=(E_0A_0/P_0)\phi$，(ここに添字0は基準部材の値を意味する)によって構成される変位dの無次元ベクトルd^*と基準荷重P_0に対する任意荷重$\mathbb{P}$の比$\mathbb{P}^*$の間に$\mathbb{K}^*\cdot d^*=\mathbb{P}^*$の成立し、また、このような無次元数を用いるとき、無次元応力$\sigma^*=\sigma A_0/P_0$が誘導されることは、すでに発表のとおりである。

さて、骨組構造に作用する死荷重を$\mathbb{P}_D$，活荷重を$\mathbb{P}_L$とし、骨組部材の単位重量をw，その基準値をw_0，死荷重の基準値を$P_{D0}=w_0A_0\ell_0$として、死活荷重の合力$\mathbb{P}$をP_{D0}で除した合力の無次元数を$\mathbb{P}^*$，死荷重無次元数$\mathbb{P}_D^*=\mathbb{P}_D/P_{D0}$とすれば、

$$\mathbb{P}^*=\frac{1}{P_{D0}}(\mathbb{P}_D+\mathbb{P}_L)=\mathbb{P}_D^*+\frac{\mathbb{P}_L}{w_0A_0\ell_0} \tag{1}$$

ここに$\mathbb{P}_D^*$の要素P_D^*は、$\mathbb{P}_D$の要素$P_D=\Sigma wA\ell$とP_{D0}の比であり、$P_D^*=\Sigma k_\ell k_A k_w$，ここに$k_w=w/w_0$であり、相似の構造に対してはスパンに関係なく$P_D^*$は定数となり、したがって死荷重による無次元応力$\sigma_D^*=\sigma_DA_0/P_{D0}=\sigma_D/w_0\ell_0$もまた定数となり、死荷重による応力は、

$$\sigma_D=\sigma_D^*w_0L\cdot(\ell_0/L) \tag{2}$$

すなわち、部材単位重量w_0とスパンLに正比例するが断面積A_0に関係しない。活荷重の無次元数$\mathbb{P}_L^*$は、式(1)の右辺第2項であり、その基準値をP_{L0}として、

$$\mathbb{P}_L^*=\frac{\mathbb{P}_L}{w_0A_0\ell_0}=\frac{P_{L0}}{w_0A_0\ell_0}\,\frac{\mathbb{P}_L}{P_{L0}} \tag{3}$$

したがって$\mathbb{P}_L/P_{L0}$の要素$P_L^*=P_L/P_{L0}$が定数の場合、活荷重による無次元応力$\sigma_L^*\propto P_{L0}/w_0A_0\ell_0$であり、式(2)と同様$\sigma_L=\sigma_L^*w_0\ell_0$であるから、活荷重による応力

$$\sigma_L\propto(P_{L0}/L^2)(L^2/A_0) \tag{4}$$

活荷重P_{L0}がスパンLに関係なく一定である場合には、活荷重応力σ_Lは断面積A_0に逆比例する。あるいは、形状が完全相似でL^2/A_0が定数であれば、スパンLの2乗に逆比例することを式(4)は示す。すなわち、細長比λ_0が一定であるとき、断面積A_0を大きくすることによって活荷重応力は低減できるが、死荷重応力に対しては、断面積を大きくしても、同時に死荷重が増大するから、式(2)に示すように応力の低減はない。むしろ小断面で所定の細長比を得る方がそれだけ経済的となる。

3．死活荷重の作用する橋梁部材応力とスパンの関係

実際の橋梁に対しては、構造形式が同じであっても一般に主桁，主構，床組，橋床などの形状や載荷の形式が相似であるとは限らない。たとえば幅員が一定であれば、線荷重もまたスパンに関係なく定数であるが、等分布荷重はスパンに比例して大きくなり、したがって、これによる応力はスパンの1乗に逆比例するであろう。

例題として、図-1および表-1に示す直弦ワレントラスについて、下記の条件の下に、死活荷重を載荷してスパンと部材応力の関係を求めた。

(a)．幅員を7mとし、これを一定に保つ。(b)．したがって線荷重はスパンの如何にかかわらず一定であり、等分布荷重はスパンに比例して大きくなる。なお、線荷重は最大部材力の生ずる格点に、等分布荷重は載荷弦のすべての格点に載荷する。(c)．床版の厚さ18cmを一定とする．幅員が一定であるから、床版による荷重はスパンに比例し、応力はスパンに逆比例する．高欄，地覆などによる荷重，応力も同様である。(d)、縦桁の本数を3本とし、主構，縦桁については形状を相似に保つ．ただし、(e)．式(4)に表われるL^2/A_0は、完全相似の場合、定数であるが、$A_0 \propto L^{1.5}$および$A_0 \propto L$とする疑似相似の場合も考えられるが、ここでは、$A_0 \propto L^{1.5}$，$\lambda_0 \propto L^{0.25}$としたときの解析例を示す。(f)、横桁は断面積のみ相似とする。したがって、これによる荷重はスパンの2乗に比例し、応力はスパンに関係なく一定である。

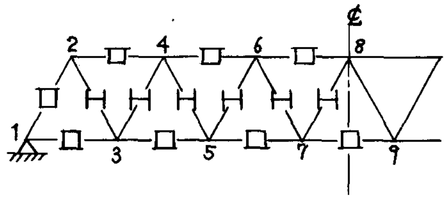

図-1　トラス橋モデル

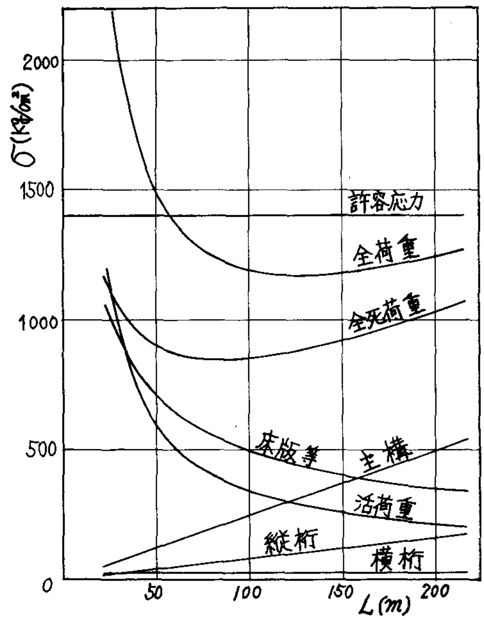

図-2　直弦ワレントラス(7-9)部材における応力σとスパンLの関係

図-2は、直弦ワレントラスについて、$A_0 \propto L^{1.5}$の場合の(7-9)部材のスパンと応力の関係を図示したもので、図より、主構死荷重による応力がスパンに比例して大きくなり、活荷重および床版等による応力がスパンに逆比例して小さくなることがわかる．したがって、全荷重による応力は、あるスパンに対して最小となることがわかる。このようなスパンは、与えられた構造形式に対して、最適スパンと言うべきもので、最適スパンよりスパンの大きい場合は、主構死荷重の大きい領域で、断面積を大きくしても、いたずらに応力が増大する、構造形式、材質の変更が必要とされる領域である。

表-1　直弦ワレントラスの諸無次元数

部　　材	1-2	1-3	2-3	2-4	3-4	3-5	4-5	4-6	5-6	5-7	6-7	6-8	7-8	7-9
部材長比 (k_l)	1.0199	1.00	1.0199	1.00	1.0199	1.00	1.0199	1.00	1.0199	1.00	1.0199	1.00	1.0199	1.00
断面積比 (k_A)	1.3148	1.00	1.0711	1.0896	1.1415	1.1378	0.7122	1.8370	0.9282	1.5556	0.5860	2.1815	0.7376	1.6711
断面2次モーメント比 (k_I)	1.2057	1.00	0.3135	1.0771	0.3722	1.1505	0.1619	1.8652	0.2355	1.5570	0.0966	2.2170	0.1596	1.7289
2次応力に関する断面係数 (G_F)	1.3948	1.2951	2.0268	1.3635	1.9201	1.2608	2.0906	1.3585	1.9788	1.3032	2.2100	1.3645	2.0716	1.2870
・弾性係数比 $k_E=1.00$　・剪断弾性係数比 $k_G=1.00$　・基準部材の細長比 $\lambda_0=59.81$　・ポアソン比 $\nu=0.3$														

注)　(1-3)部材が基準部材である。

・参考文献

1)．三池亮次，秋吉　卓，松本弘一　"骨組構造の相似則の構造設計への応用"　第20回橋梁・構造工学研究発表会　S 48・11

2)．田中五郎　"トラス橋の設計"　オーム社　S 48