

1. 緒言 骨組鋼構造物の塑性設計を行なうには、(1)平衡 (2)降伏 (3)崩壊機構の3つの基本的条件を満足しなければならない。従来、これら3条件を種々の方法で考慮した設計法¹⁾が数多くの研究者たちによって提案されてきた。本研究では、慣用の上界定理による方法、すなわち上記(1)と(3)の条件を同時に考慮した崩壊平衡条件を制約条件としたうえで、目的関数である構造物全体の鋼重量を最小にするように設計塑性モーメントを決定する方法を用いる。ここで崩壊平衡条件とは、構造物はある指定した設計終局荷重係数より以下の値では全ての可能な崩壊機構のうちのいずれの機構においても崩壊してはならない、という条件であり、したがって、理論上全ての可能な崩壊機構を包含することが要求される。単純なラーメンの場合には比較的問題ないが、高次のラーメンの場合には、数多くの可能な崩壊機構を見出すことが極めて困難な作業となってくる。また例え設計に必要と思われるある限定した崩壊機構を選ぶとしても、一体何個必要であり、どのような崩壊機構を選ぶかなど依然問題点が残っている。

本報告は、前報²⁾に引き続き上記のような崩壊平衡条件についての難点を克服することを試み、崩壊荷重解析を導入することによって、骨組鋼構造物を対象とした、いわゆる繰返し最適塑性設計法を提示したものである。すなわち、その手法は前報²⁾の場合と若干異なり、最初の最適塑性設計における制約条件として、まず基本崩壊機構に対する平衡式を選び、次いで崩壊荷重解析より求めた崩壊機構に対する平衡式を次の設計における制約条件として逐次付け加えていく方法である。したがって、その繰返しの各段階で崩壊荷重解析によって求めた崩壊荷重係数と当初指定した設計終局荷重係数との大きさを比較し、もし前者が後者より小になるときはさらに繰返しを行ない、等しいかまたは大になるとき設計を完了する。

2. 最適塑性設計に対する基本式

上界定理に基づけば、単調比例増加荷重を受ける曲げ鋼構造物の最適塑性設計に対する基本式は、次のようなLP (Linear Programming) として表わされる。³⁾

$$\text{minimize : } Z = \sum_{h=1}^n M_{ph} L_h \quad (1a)$$

$$\text{subject to : } \sum_{h=1}^n a_{ih} M_{ph} \geq \lambda_0 c_i \quad (i=1, 2, \dots, q) \quad (1b)$$

$$\sum_{h=1}^n a_{rh} M_{ph} \geq \lambda_0 c_r \quad (r=1, 2, \dots, p-q) \quad (1c)$$

$$\text{and : } M_{ph} \geq 0 \quad (1d)$$

ここに、式(1a)は最小鋼重量を目的関数として表示しており、式(1b)および式(1c)はそれぞれ基本崩壊機構および組合せ崩壊機構に対する崩壊平衡式を示している。また n = 設計変数の数を示す記号; n = 設計変数 M_{ph} の全数; M_{ph} = 未知の設計塑性モーメント; $L_h = M_{ph}$ が一定である部材長; Z = あるスケールでの構造物の全重量; i, r = 基本崩壊機構および組合せ崩壊機構を示す記号; a_{ih}, a_{rh} = 崩壊機構 i および r における M_{ph} に関与する係数; c_i, c_r = 崩壊機構 i および r における使用荷重による外力仕事; q = 節点機構を除いた基本崩壊機構の全数; p = 可能な崩壊機構の全数; λ_0 = 指定した設計終局荷重係数。

よって、式(1)を解けば各部材の最適設計塑性モーメント M_{ph} ($h=1, 2, \dots, n$) が求められる。

3. 崩壊荷重解析に対する基本式

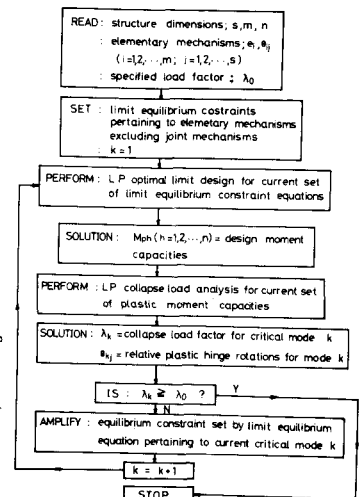


図-1 繰返し最適塑性設計法フローチャート

上界定理に基づけば、曲げ構造物の崩壊荷重解析に対する基本式は次のようなLPとして表わされる。²⁾

$$\text{minimize : } \lambda_k = \sum_{j=1}^n (M_{pj}^+ \theta_{kj}^+ + M_{pj}^- \theta_{kj}^-) \quad (2a)$$

$$\text{subject to : } \theta_{kj}^+ - \theta_{kj}^- - \sum_{i=1}^m t_{ki} \theta_{ij} = 0 \quad (2b)$$

$$\sum_{i=1}^m t_{ki} c_i = 1 \quad (2c)$$

$$\text{and : } \theta_{kj}^+, \theta_{kj}^- \geq 0 \quad (2d)$$

こゝに、式(2a)は単位外力仕事による崩壊機構の内部仕事を示し、式(2b)は崩壊機構の塑性ヒンジの相対回転角 θ_{kj} が基本崩壊機構 i の相対回転角 θ_{ij} の一次結合であることを意味し、式(2c)は崩壊機構 k が単位の外力仕事をすることを表わしている。また m =基本崩壊機構の全数； λ_k =崩壊機構 k の崩壊荷重係数； $\theta_{kj}^+, \theta_{kj}^-$ =崩壊機構 k における節点 j の正および負の相対回転角； θ_{ij} =基本崩壊機構 i における節点 j の相対回転角； M_{pj}^+, M_{pj}^- =節点 j の正および負の塑性モーメント容量； t_{ki} =基本崩壊機構 i が組合せ崩壊機構 k を形成する割合を示す係数。

よって、式(2)とは塑性モーメント $M_{pj}^{\pm}$ を既知として、崩壊荷重係数 λ_k 、相対回転角 $\theta_{kj}^{\pm}$ および係数 t_{ki} を求めることとなる。

4. 繰返し最適塑性設計法

上記(1)および(2)を図-1に示すようなフローチャートにしたがって繰返し適用することにより、所要の最適設計塑性モーメントがえられることになるが、以下例題により説明することとする。図-2に示す2層1スパンラーメンを終局荷重に抵抗するように設計する。(ただし、こゝでは $\lambda_0=1$ と仮定)。まず図-3の基本崩壊機構のうち(1),(2),(3),(4)のみを制約条件として式(1a),(1b),(1d)を用いて最適塑性設計を行えば、 $M_{p1}=2.25WL$, $M_{p2}=3.0WL$, $M_{p3}=0.75WL$, $M_{p4}=1.5WL$ がえられる。これらを各節点の塑性モーメント容量 $M_{pj}^{\pm}$ ($j=1, 2, \dots, 14$)として式(2)の崩壊荷重解析を行ない、図-4および5の $k=1$ に対する崩壊機構および荷重係数 $\lambda_1=0.667\lambda_0$ をうる。よって、こゝでえた $k=1$ に対する崩壊平衡式を前の制約条件式(1b)に付け加え、再度最適塑性設計を行なう。えられた M_{pk} は式(2)によって検討され、図-5のように $\lambda_2 < \lambda_1$ であるゆえ、さらに $k=2$ に対する崩壊平衡式を制約条件に加えて設計する。以上のことを繰返し $\lambda_k \geq \lambda_0$ を満足したとき、最終的な最適設計塑性モーメントが $M_{p1}=3WL$, $M_{p2}=4.5WL$, $M_{p3}=M_{p4}=1.5WL$ および $Z=51WL^2$ とえられる。これらの値は文献(1)で全ての可能な崩壊機構(60個)を考慮した解と一致する。

5. 結語

本法によって、高次鋼ラーメンに対する全ての可能な崩壊機構を見出す必要性がなくなり、設計に必要な崩壊平衡条件式とその数が自動的に決定されることが認められた。なお、本法では単調比例増加荷重の場合を取り扱ったが、変動繰返し荷重を受ける構造物の最適塑性設計に対しても拡張可能である。

参考文献

- 1) 例えは Cohn, M.Z., Ghosh, S.K., Paximi, S.R.: "A Unified Approach to the Theory of Plastic Structures", Journal of Eng. Mech. Div. ASCE, Vol.98, No. EM5, Oct. 1972
- 2) 石川信隆: "RC ラーメンの最適塑性設計" 第28回土木学会学術講演会概要集, 土木部, 1973
- 3) Grierson, D.E., Gladwell, G.M.L.: "Collapse Load Analysis Using Linear Programming", Journal of Struct. Div., ASCE, Vol. 97, No. 515, May 1971

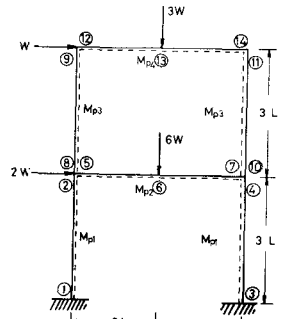


図-2 構造型式

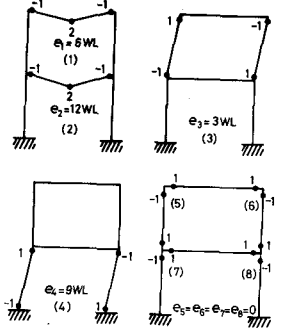


図-3 基本崩壊機構

k	Collapse Modes
1	
2	
3	
4	
5	

図-4 崩壊機構

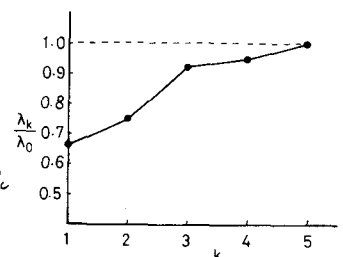


図-5 崩壊機構 k に対する荷重係数比(λ_k/λ_0)