I-148　不完全合成桁の簡易計算法

琉球大学理工学部　正員　浜田　純夫
琉球大学理工学部　正員　○渡嘉敷直彦

1．まえがき

不完全合成桁を最初に解析したのはNewmark[1] であろう。彼はコンクリート及び鋼ともに応力－ひずみ関係が弾性であり、ジベルの変形と力の関係が線形であることを仮定した。この仮定によると4階の線形微分方程式になる。一方Yam およびChapman[2]はコンクリートおよび鋼の応力－ひずみ関係，ジベルの力と変位関係がいずれも非線形である場合の不完全合成桁を解析した。Yam らは解析にあたり、数値積分法によく用いられるPredictor－corrector 法を用いた。しかし，この方法は非常に長い計算となり、あまり実用的ではないようである。特に連続ばりに対してはこれが顕著になる。

そこで著者らは、一つの仮定を設けることにより非常に簡単な方法で解析することを試みた。一つの仮定とは，ズレを微分したズレひずみを一定とした。この仮定に基づくと、Fig. 1 に示されるようにズレ分布は直線的になり、また桁に作用するせん断力を全部のジベルで均一に抵抗することになる。この仮定に基づき、なおコンクリートおよび鋼の応力－ひずみ関係、ジベルの力－変位関係を線形と仮定すれば、非常に簡単に不完全合成桁の解析が行なえることになる。

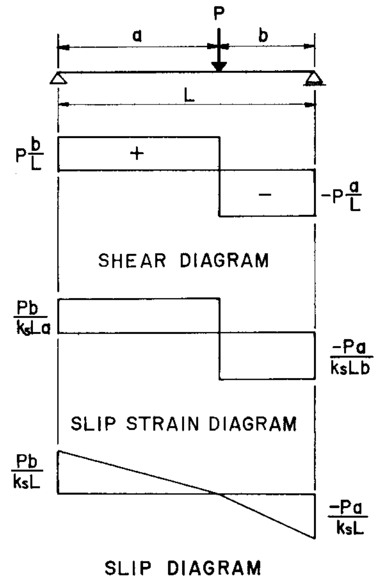


FIG. 1

2．不完全合成桁の簡易式

完全合成桁と同様に合成桁の断面の解析には、二つの場合が考えられる。すなわち，中立軸が鋼断面にあるとき、中立軸がスラブ断面にあるときに分けられる。これは言うまでもなく、コンクリートが引張りに抵抗できないことに基づいている。

Case I：中立軸がコンクリート断面にあるとき

Fig. 2 (a)に示される条件に基づけば、断面の釣合い方程式は

$$\int_A \sigma dA = \int_{A_c} \sigma dA + \int_{A_s} \sigma dA = -\frac{1}{2}\phi E_c b_c y_d^2 + \phi E_s A_s (d' + t_c - y_d - \varepsilon_d/\phi) = 0 \qquad (1)$$

ここでε_dは，ズレひずみであり、L_sをshear spanとすれば、次の式で示すことができる。

$$\varepsilon_d = \Delta_s / L_s \qquad (2)$$

コンクリートに作用する圧縮力CとズレΔ_sとの関係は、次のようになる。

$$C = k_s \Delta_s \qquad (3)$$

ここでk_sは定数であるが、ジベルの押し抜き試験から求められるものである。shear span 中のジベルに作用するせん断力は$\phi E_c b_c y_d^2/2$であるので、ズレひずみは式(2)と(3)から次のようになる。

$$\varepsilon_d = \frac{\phi E_c b_c y_d^2}{2 k_s L_s} \qquad (4)$$

式(4)を式(1)に代入すると、中立軸の位置y_dに関して次の式を得ることができる。

$$(1 + 2k_s' P) y_d^2 + 2P y_d - 2P(d' + t_c) = 0 \qquad (5)$$

ここで　$p = \frac{E_s A_s}{E_c b_c} = \frac{n A_s}{b_c}$　　$k_s' = \frac{E_c b_c}{2 k_s L_s} = \frac{E_s b_c}{2 n k_s L_s}$

式(5)を中立軸の位置y_dに関して解けば、

$$y_d = \frac{P}{1+2k_s'P}\left(\sqrt{1+2(d'+t_c)(1+2k_s'P)/P} - 1\right) \qquad (6)$$

y_dは完全合成桁に対しては次のようになる。

$$y_d = P\left(\sqrt{1+2(d'+t_c)/P} - 1\right)$$

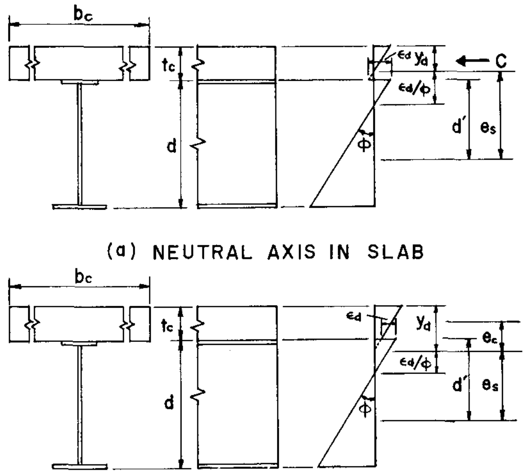
また曲げモーメントは次のようになる。

$$M = \int_A \sigma y \, dA = E_s I_{eq} \phi \qquad (7)$$

ここで I_{eq} は合成断面に対する修正断面二次モーメントであり、次のように定義することができる。

$$I_{eq} = I_c'/n + I_s + A_s e_s^2 - k_s' y_d^2 A_s e_s \qquad (8)$$

ここで I_sおよびI_c'はそれぞれ鋼桁断面およびコンクリートの圧縮部分の断面二次モーメントである。e_sは $d'+t_c-y_d$ で与えられる。



(a) NEUTRAL AXIS IN SLAB

(b) NEUTRAL AXIS IN STEEL SECTION

FIG. 2

Case II：中立軸が鋼断面にあるとき

Fig. 2(b)に示される条件に基づいて釣合方程式を求めると、

$$\int_A \sigma dA = -\frac{\phi E_c}{2} A_c(2y_d - t_c) + \phi E_s A_s(d'+t_c-y_d-\varepsilon_d/\phi) = 0 \qquad (9)$$

今、ズレひずみ $\varepsilon_d = \phi E_c A_c(2y_d - t_c)/2L_s k_s$ を導入し、中立軸の位置を求めれば

$$y_d = \frac{\frac{A_c}{2n} t_c + A_s(d'+t_c+k_s' t_c^2)}{\frac{A_c}{n} + A_s(1+2k_s' t_c)} \qquad (10)$$

完全合成断面ではこのy_dは次のようになる。

$$y_d = \frac{\frac{A_c}{2n} t_c + A_s(d'+t_c)}{\frac{A_c}{n} + A_s} \qquad (11)$$

曲げモーメントMは次のように求めることができる。

$$M = \int_A \sigma y \, dA = E_s I_{eq} \phi \qquad (12)$$

ここで I_{eq} は修正断面二次モーメントで次のように表わすことができる。

$$I_{eq} = (I_c + A_c e_c^2)/n + I_s + A_s e_s^2 - k_s' t_c (2y_d - t_c)(A_s e_s) \qquad (13)$$

ここで

$$e_s = d' + t_c - y_d$$

$$e_c = y_d - t_c/2$$

3. あとがき

Newmark の研究以後、ほとんどが彼と類似した解析法を試みてきたが、技術者に用いられるような簡易的な方法は示されていなかった。また、ここでは集中荷重の場合の特例であるが、等分布荷重の場合についても今後の研究課題と思われる。また計算結果については、当日発表の予定である。

（参考文献）

(1) Newmark, N.M., Siess, C.P. and Viest, I.M., "Test and Analysis of Composite Beam with Incomplete Interaction", Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis, Vol. 9, No.1, 1951.

(2) Yam, L.C.P., Chapman, J.C., "The Inelastic Behavior of Simply-Supported Composite Beam of Steel and Concrete", Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Vol. 42, December 1968.